

Vórtices de Von Kármán. Arabescos en las nubes

Timoteo Briet Blanes

Matemático, especialista en Aerodinámica y en modelización de dinámica de fluidos



@timoteobriet

“Voy a preguntar a Dios dos cuestiones: el porqué de la relatividad y el porqué de la turbulencia. Soy optimista en obtener respuesta a la primera cuestión”

Albert Einstein

Con esta famosa frase, se expresa la suma dificultad que tiene conocer el origen de la turbulencia y, como veremos, la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes, que son las que describen el movimiento de cualquier fluido. De hecho, el Instituto Clay ofrece 1 millón de dólares a quien resuelva este problema, desde hace muchos años, y sigue esperando... Leonardo Da Vinci, fue uno de los primeros científicos que intentaron analizar el fenómeno de la turbulencia; digo “intentar”, pues se carecía en esa época de la base matemática para ello; no obstante, realizó numerosos dibujos al respecto:

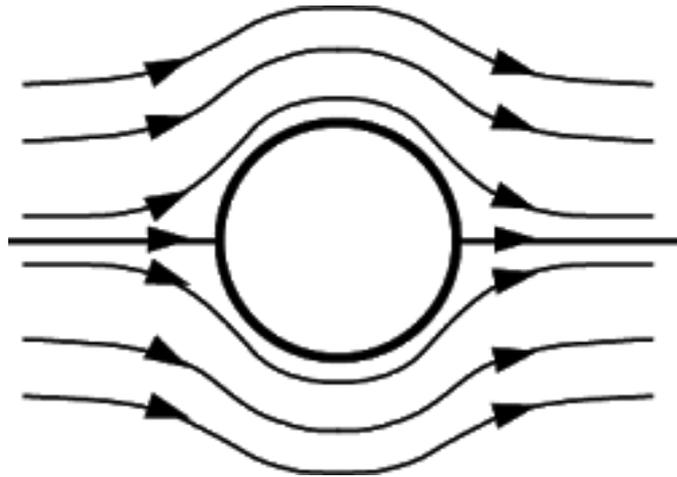


La turbulencia no sólo existe en la Naturaleza, la miremos como la miremos, sino que es muy necesaria en muchos casos: para mezclar mejor diferentes fluidos (por eso agitamos el café y la leche para que se mezclen), o para que exista una mayor transferencia de calor entre fluidos (igualmente agitamos el café para que se enfríe más rápidamente), etc.

Para empezar, debemos conocer las propiedades que definen a un fluido y su dinámica. La densidad, la presión o la temperatura, son variables que todos más o menos conocemos. En base a ellas y sus efectos puede explicarse cualquier movimiento o dinámica de un fluido, por complicada que ésta sea:

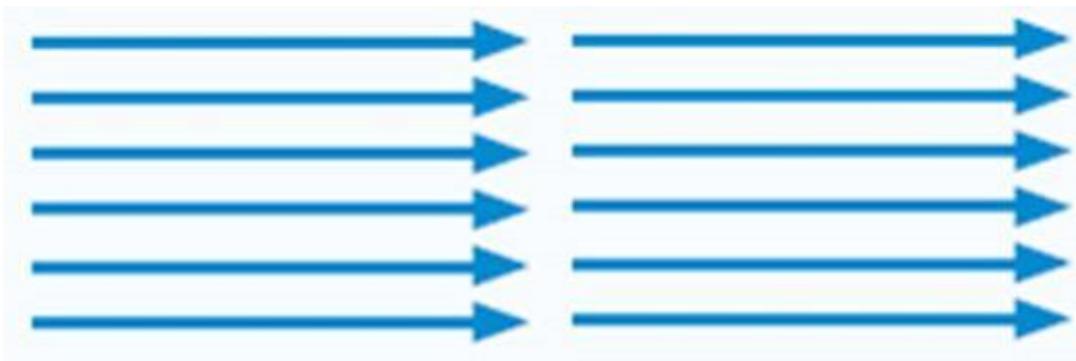
1. Inestabilidad.-

Imaginemos un flujo de aire impactando sobre una esfera o balón; si el aire tiene poca velocidad, apreciaremos que el aire se mueve “suavemente” alrededor y por detrás del balón; esta parte trasera, también se llama “aguas abajo” o “cola” de la corriente:



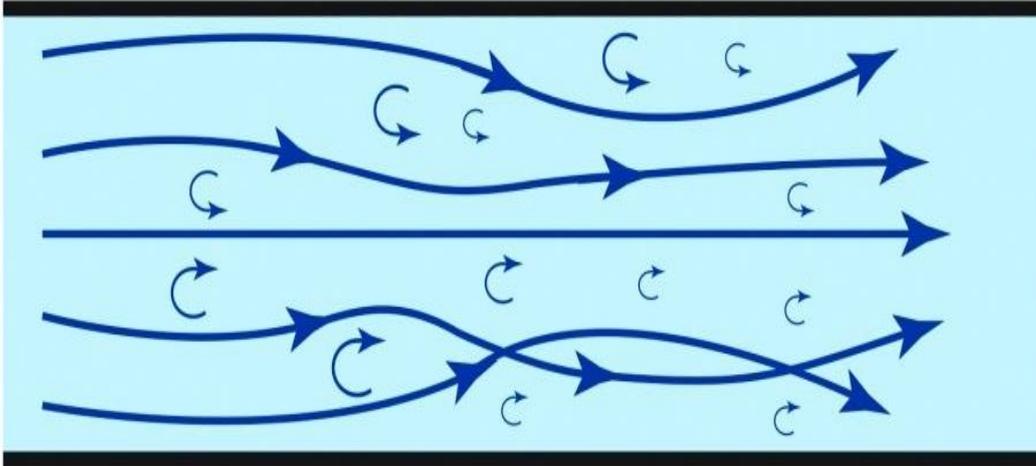
En este caso, se dice que el flujo es laminar; es decir: que no se aprecian remolinos o generalmente llamados turbulencias; la verdad es que todo sería muy aburrido sin turbulencias; de hecho, incluso, las ecuaciones de Navier-Stokes también se pueden aplicar en Psicología, control de masas o diseño de sistemas de evacuación de peatones en recintos deportivos por ejemplo; todo sería más fácil en ausencia del fenómeno de la turbulencia.

Imaginemos ahora, que cada molécula de aire, sigue a otra molécula de aire y así sucesivamente; hay un sinfín de moléculas todas siguiendo una línea uniforme:



Imaginemos que de repente, por la “razón” que fuera, hay una sola molécula que no sigue ese patrón dinámico; es decir, se sale, aunque sea muy muy poco, de la trayectoria “normal”; técnicamente se dice que se ha producido una “inestabilidad”. Esta inestabilidad es el inicio de la turbulencia; a partir de ese momento, lógicamente, las variaciones de trayectoria se van sucediendo, pues una molécula empuja a otra molécula a cambiar de dirección, y así sucesivamente. La “razón” por la cual esa primera

molécula cambia de trayectoria puede ser muy pero que muy variada: cambios muy sutiles de temperatura, o de presión o de densidad, incluso, lo más habitual, de origen desconocido



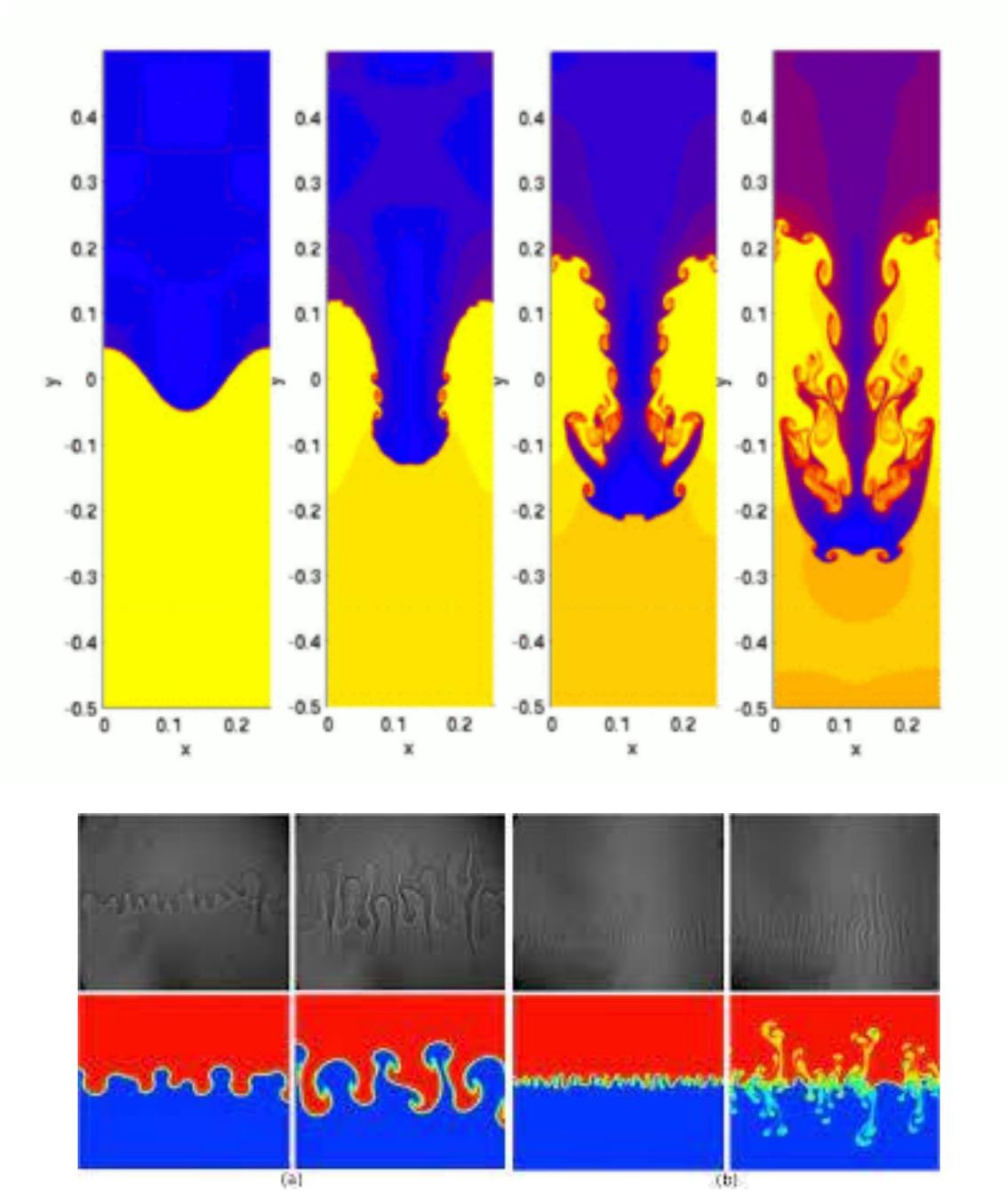
Dependiendo de qué geometría o estructura se forme después, las inestabilidades reciben nombres como:

- Inestabilidad de Kelvin-Helmholtz: Puede producirse en un flujo en el seno de un fluido continuo, como el aire o el agua, o en la interfaz de dos fluidos o de dos capas de un mismo fluido que se desplazan a distintas velocidades.





- Inestabilidad de Rayleigh-Taylor: Es muy importante en “caídas” (desplomes) o descensos de aire frío desde capas altas de la atmósfera; incluso también en ascensos “bruscos” de aire caliente:

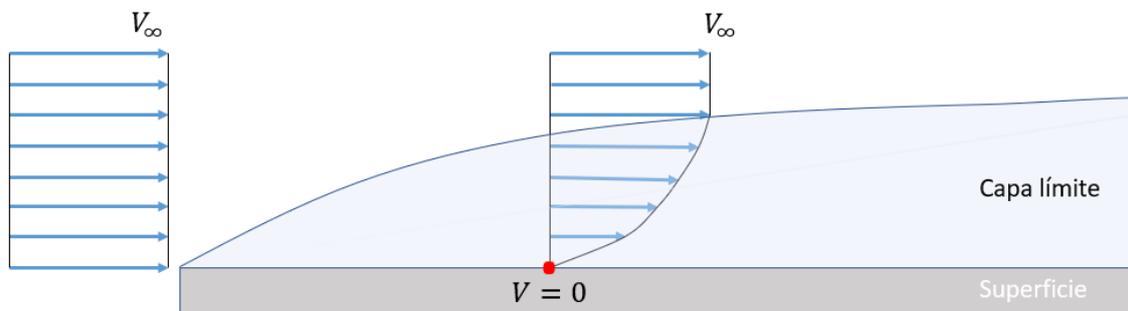


2. Viscosidad.-

La viscosidad es, quizás, muy conocida por cuanto todo el mundo compara el agua y la miel o lava, por ejemplo, y deduce qué es viscosidad. Vamos a imaginarla desde otro punto de vista: supongamos que nos encontramos en un semáforo con vehículos delante y detrás nuestro; cuando el semáforo cambia a verde, pasará cierto tiempo hasta que nos podamos mover; pues bien: la viscosidad es como el inverso del tiempo de reacción entre cada vehículo ($1/\text{tiempo de reacción}$); cuanto más viscosidad, menor es el tiempo de reacción; es decir, todo el fluido tiende a moverse al unísono o de forma conjunta.



La forma más habitual de ver la viscosidad es como una fuerza de fricción entre las moléculas de un fluido; cuanto más fuerza de fricción, mayor es la viscosidad. Esta fuerza entre otras cosas, es la responsable de la existencia de la capa límite: el aire, cuanto más cerca se encuentra de una superficie, menor velocidad tendrá (en la siguiente figura, las flechas cortas indican menor velocidad):



Los practicantes de parapente, por ejemplo, o incluso los pilotos de aeronaves, saben que cuando el viento sopla muy fuerte (peligroso), pueden descender, ya que “a ras” de los árboles, su intensidad es significativamente menor.

Siguiendo con el ejemplo del balón que comentábamos anteriormente, si el flujo de aire por encima de un ala por ejemplo, fuera totalmente laminar y, además, no existiera capa límite (que ya sabemos que es lo mismo que decir que no hay viscosidad), no habría diferencia de presión entre la parte superior e inferior del ala, con lo que no existiría sustentación; los aviones, no podrían volar; así de simple. El vuelo sería totalmente imposible; pero, por suerte, la viscosidad siempre está presente. Es más, si no existiese viscosidad, a pesar de producirse inestabilidades, podrían no derivar en turbulencias.



3. Agregación de materia por baja presión.-

Este efecto es el responsable de la dinámica o movimiento de todo fluido; de hecho, en las ecuaciones de Navier Stokes lo podemos apreciar. En la siguiente ecuación es el término que contiene la presión (P):

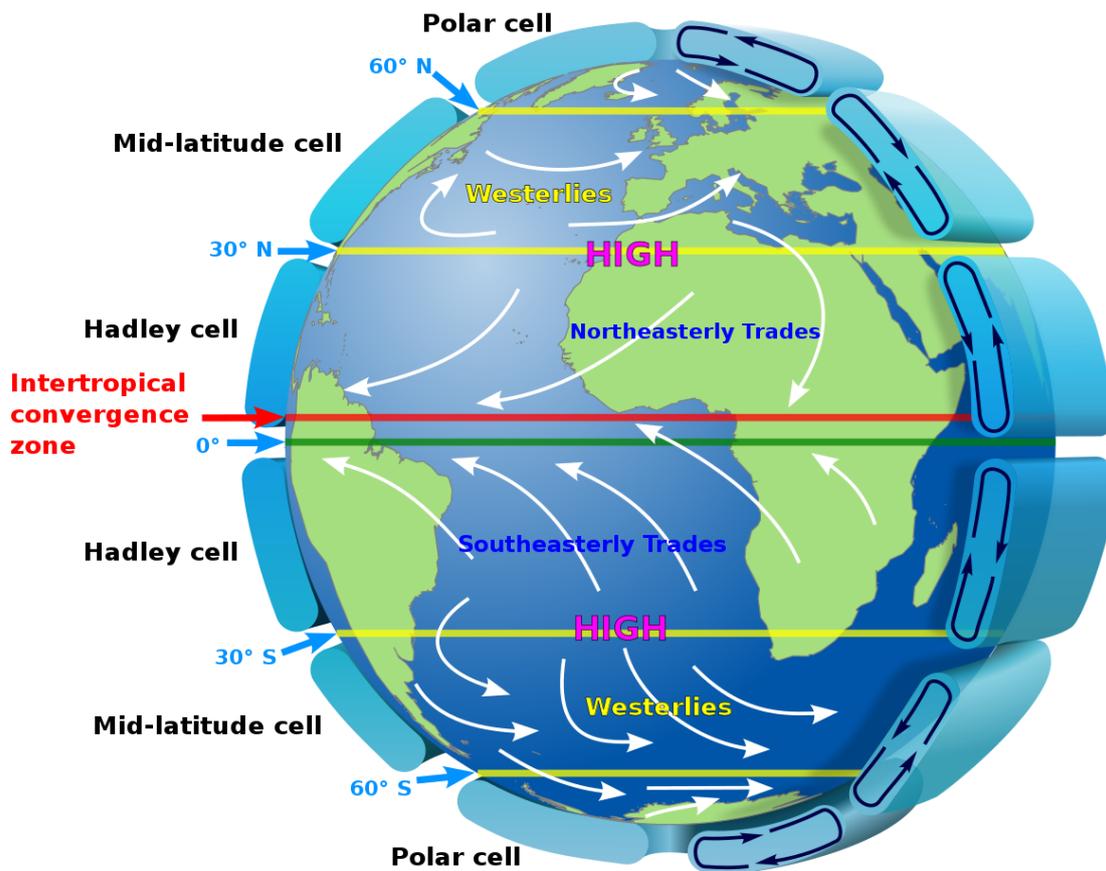
$$\underbrace{\rho}_{\substack{\text{MASA} \\ \text{Densidad} \\ \text{del fluido}}} \underbrace{\left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{V} \right)}_{\substack{\text{ACELERACIÓN} \\ \text{Cómo la velocidad de una} \\ \text{partícula de fluido cambia} \\ \text{con el tiempo}}} = \underbrace{\nabla P}_{\substack{\text{FUERZA} \\ \text{Todas las fuerzas que actúan sobre} \\ \text{el fluido}}} + \underbrace{\rho g}_{\substack{\text{Fuerzas} \\ \text{externas} \\ \text{debido a} \\ \text{la} \\ \text{gravedad}}} + \underbrace{\mu \nabla^2 \vec{V}}_{\substack{\text{Fuerzas de} \\ \text{tensión internas} \\ \text{debido a la} \\ \text{viscosidad}}}$$

Cambio local en la velocidad con el tiempo
Velocidad y dirección en la que se mueve el fluido

Gradiente de presión por diferencias de presiones en el fluido
Fuerzas de tensión internas debido a la viscosidad

Cuando una partícula (molécula de aire, por ejemplo) se encuentra ante una baja presión, ésta la atrae con una aceleración que viene dada por la variación de presión dividida por la densidad. Ocurre lo contrario con la alta presión, que repele o empuja el

aire. En Meteorología, se llama anticiclón a una zona de altas presiones y ciclón o borrasca (sólo en el caso particular de que sea un ciclón extratropical) a un área de bajas presiones. Todo el aire que contiene la atmósfera o toda el agua contenida en los mares y océanos de la Tierra, se mueven por acción de esas diferencias de presión. La presión es la madre de todas las propiedades; bien es cierto, que muchas otras variables inciden en los cambios de presión: densidad, temperatura, viscosidad, gravedad, fuerza de Coriolis, inercias varias, etc.; de hecho, cuando una molécula de aire se mueve, lo hace porque la molécula que la precede ha dejado una zona de baja presión que tiene a rellenarse de forma instantánea:



Esquema clásico de la Circulación General Atmosférica

Hemos visto las razones o inestabilidades que ocurren en medios como la atmósfera o el océano, formando determinadas geometrías; una de ellas –objeto del presente artículo– son los llamados vórtices de Von Kármán. Ahora, una vez que hemos visto las razones y las variables que intervienen en toda dinámica de cualquier fluido, ya estamos en disposición de conocer esa geometría tan especial.

Cuando un flujo de aire circula alrededor de cualquier geometría, evoluciona alrededor de ella originándose inestabilidades que, como ya hemos visto, forman turbulencias; estas turbulencias son de prácticamente infinitos tipos y formas; la mayor parte de ellas, no son periódicas; es decir, no se repiten ni en el tiempo ni en el espacio, pero hay algunas que sí lo son. Este es el caso de los citados vórtices de Von Kármán. Sólo se

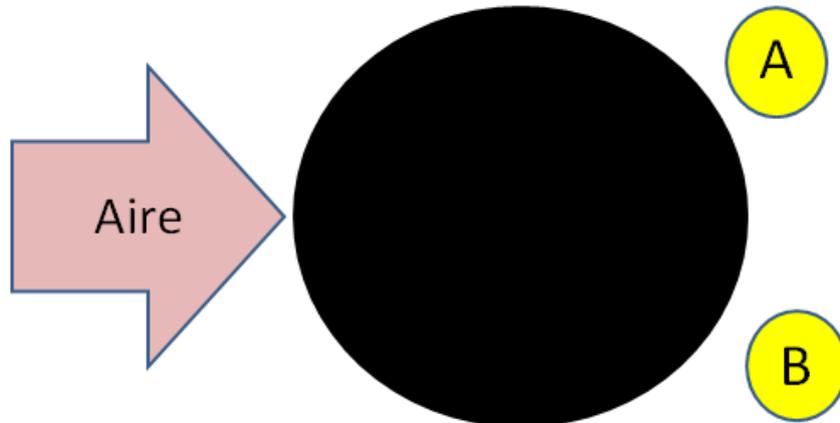
forman bajo unas condiciones de velocidad del aire muy particulares, junto a determinadas dimensiones del objeto que actúa como obstáculo.

Para que se formen estos vórtices ha de cumplirse que el llamado número de Strouhal (S), se encuentre alrededor de 0.2:

$$S = \frac{fd}{u}$$

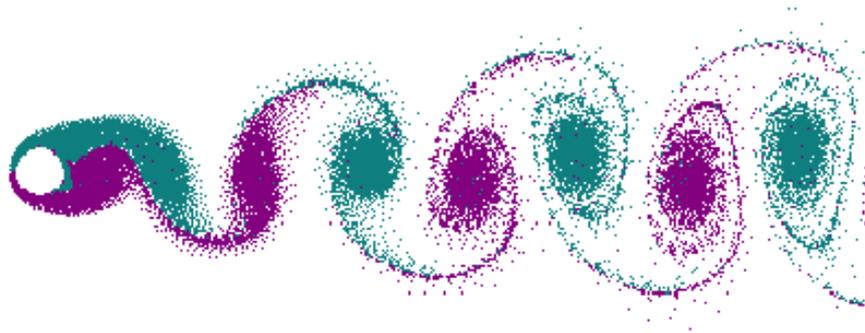
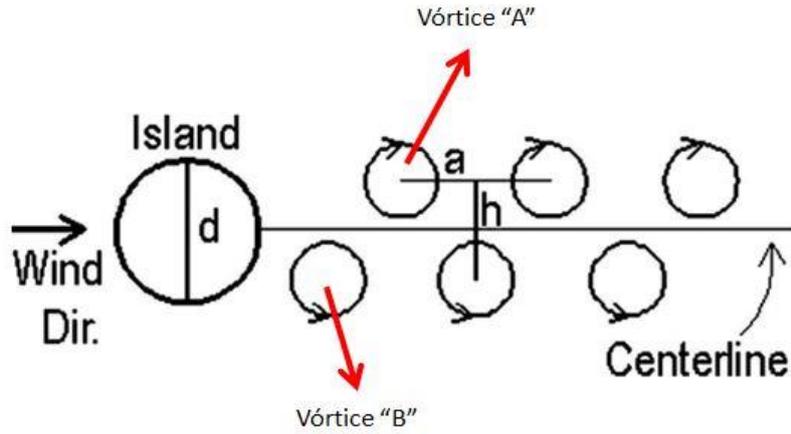
Siendo f la frecuencia de los vórtices, d el diámetro o dimensión característica del objeto y u la velocidad del aire.

¿Cuál es el origen o proceso de creación de los vórtices de Von Kármán? Los científicos tenemos la manía de querer conocer las causas que dan lugar a cualquier fenómeno natural; y qué mejor, en este caso, que indagar en lo que ocurre justo al inicio del suceso. Supongamos que un flujo de aire choca contra una esfera (figura inferior); al rodearla, tanto en la zona A como en la B, tiende a producirse una baja presión (o baja densidad), pero es imposible que se produzcan en el mismo momento, por lo que siempre, y por medio de una inestabilidad, en una zona se produce la bajada de presión primero (por ejemplo en A), el flujo de aire tenderá a acumularse en A y posteriormente en B, puesto que se producirá también una bajada de presión ahí, y así sucesivamente.

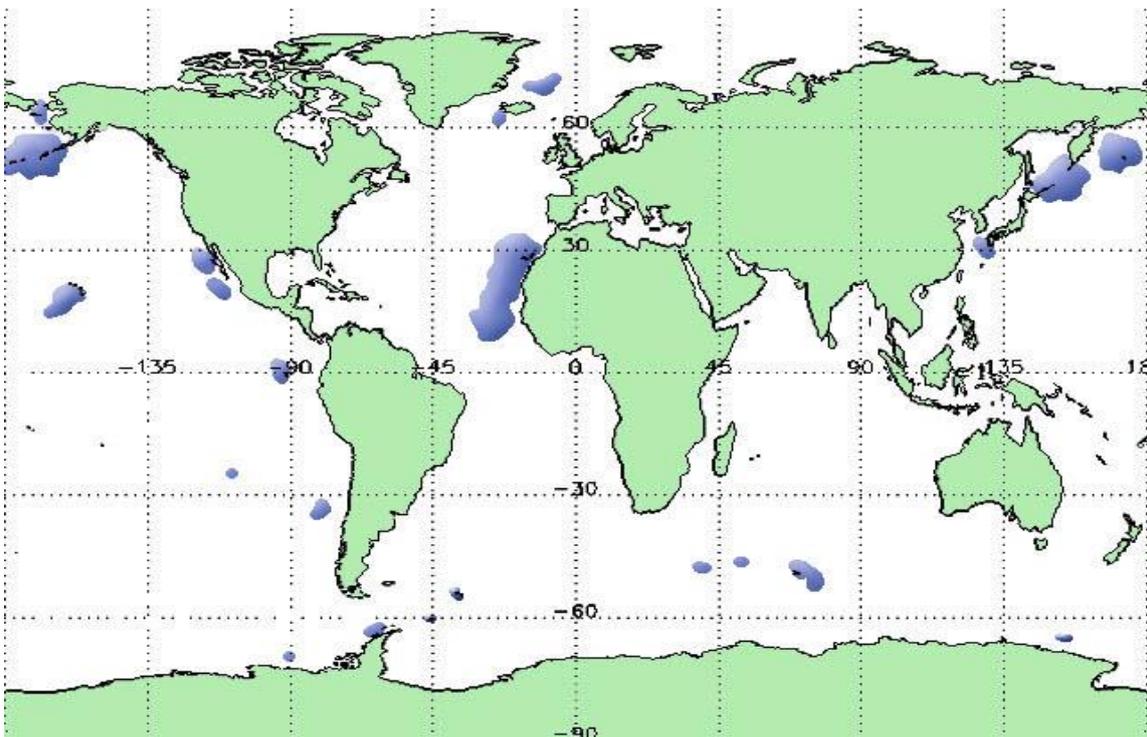


Estos vórtices se denominan así porque el primero en estudiarlos fue el ingeniero y físico húngaro-estadounidense Theodore Von Kármán (1881-1963). Cuando los analizó dijo lo siguiente: *“Descubrí que solo la disposición antisimétrica podía ser estable, y solo para una cierta proporción de la distancia entre las filas y la distancia entre dos vórtices consecutivos de cada fila”*; es decir, la bajada de presión en A y en B no es simultánea.

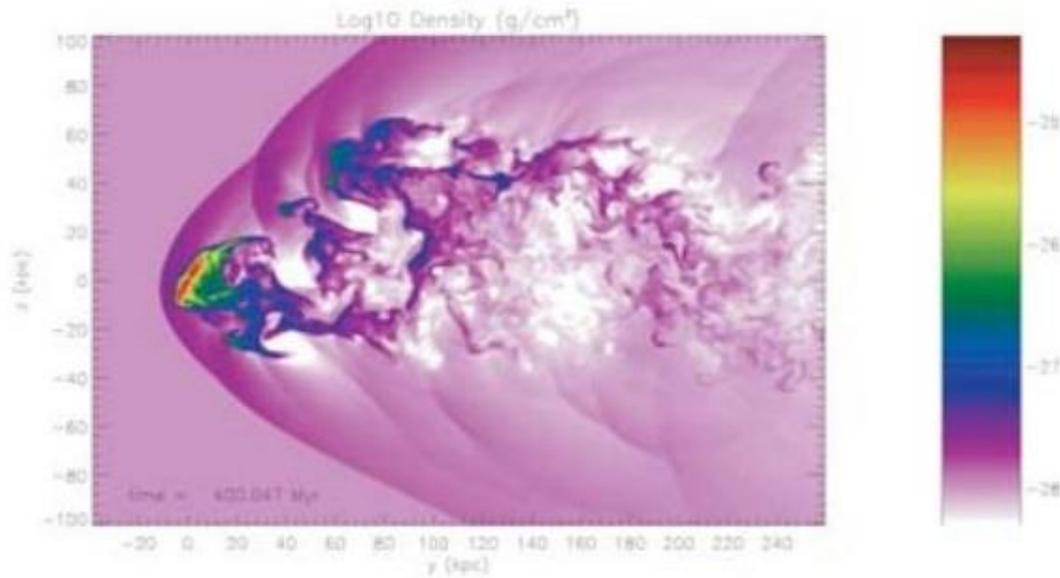
A sotavento de una isla, por ejemplo, se forman una serie de vórtices periódicos con una disposición antisimétrica, como dijo Von Kármán. Fijémonos que los vórtices A y B tienen sentidos contrarios de giro, ya que la viscosidad hace que se arrastren mutuamente, a modo de engranajes metálicos de un motor:



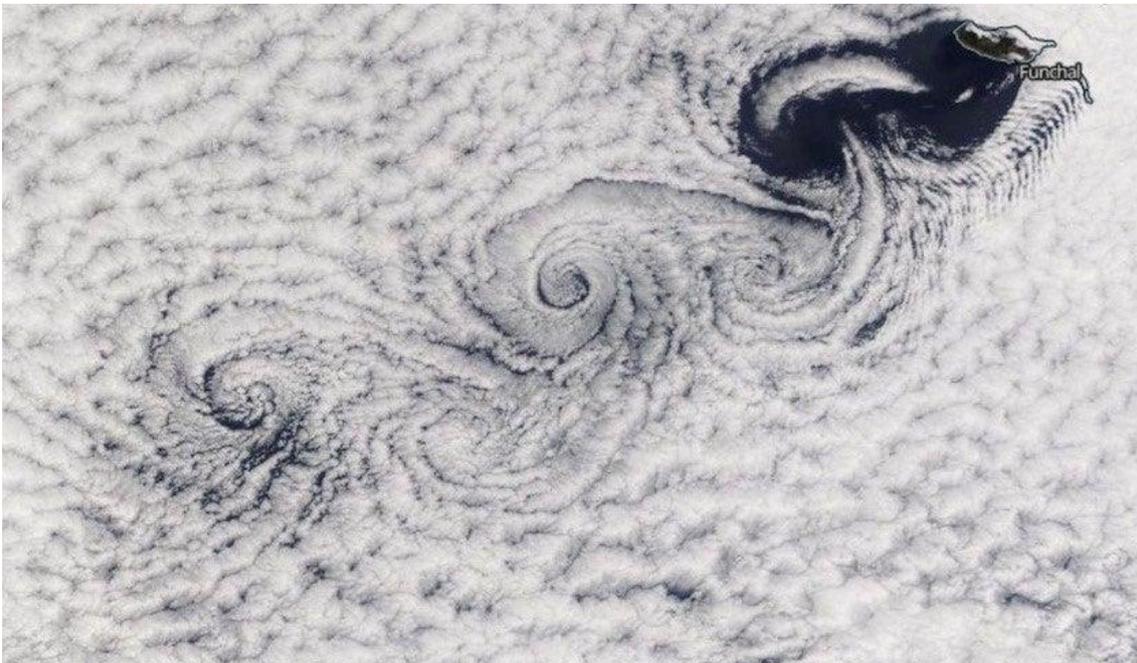
Hay zonas especiales en la Tierra, donde se pueden observar más cantidad de vórtices de Von Kármán; normalmente alrededor de islas montañosas, en muchos casos volcánicas.

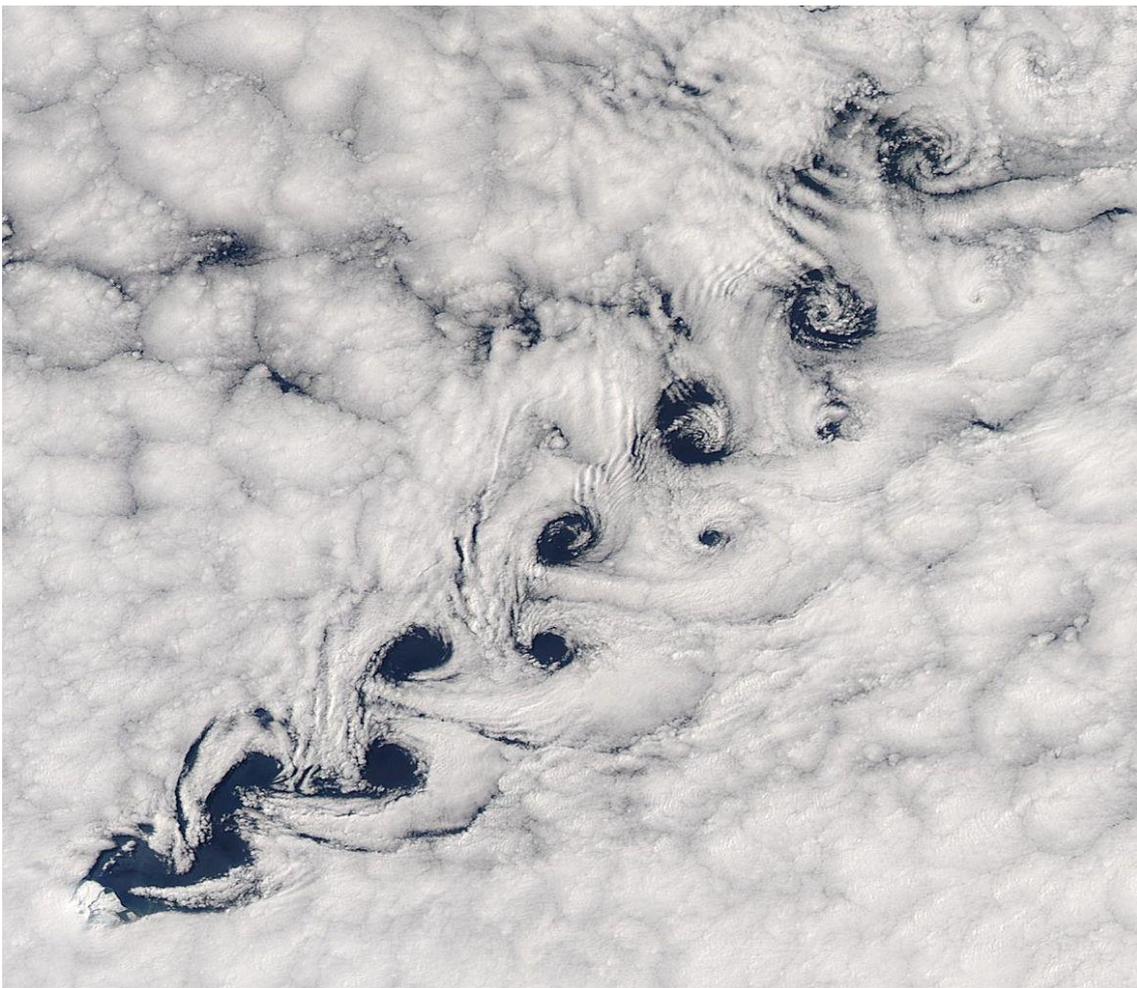


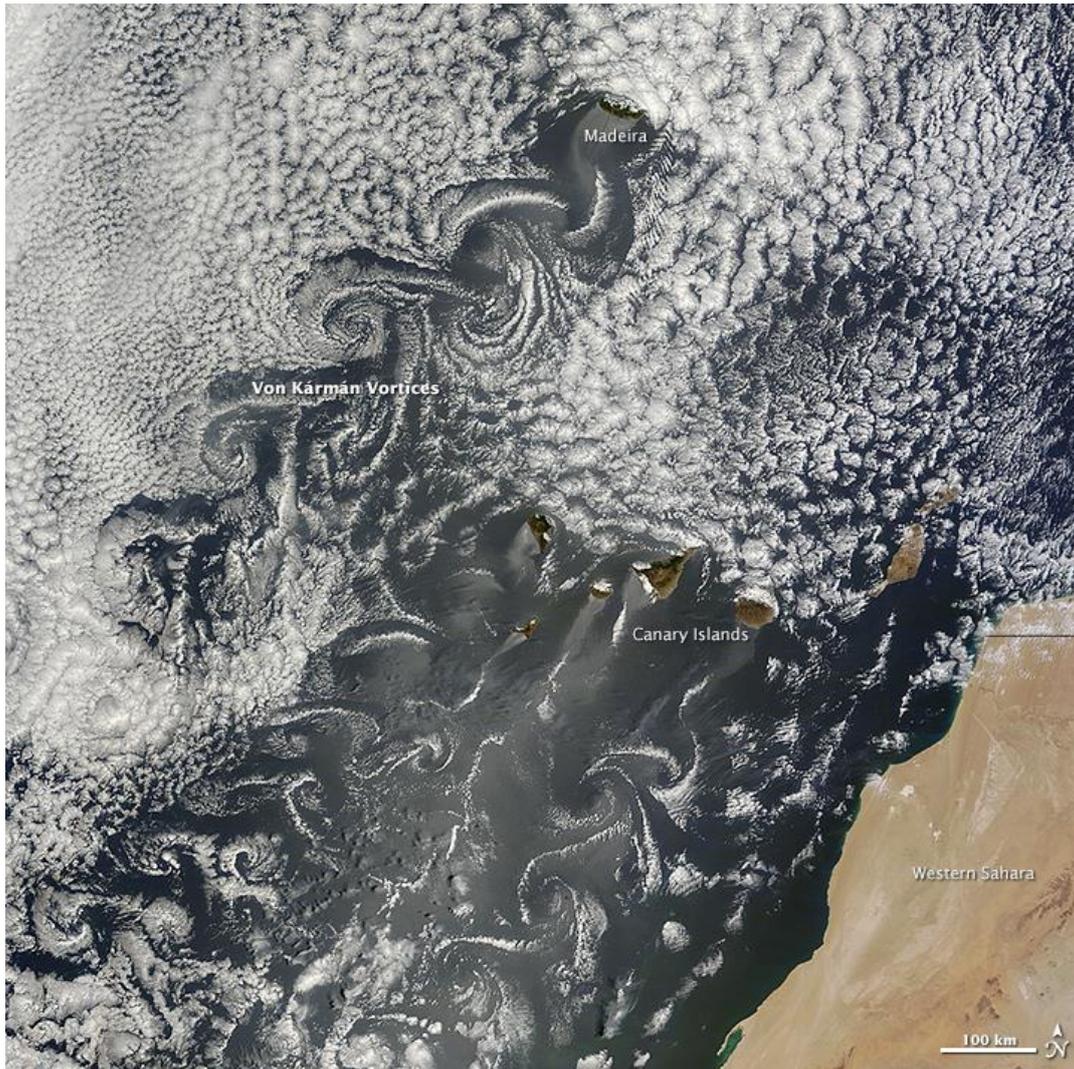
Estos vórtices se forman alrededor de multitud de tipos de objetos, a muy diferentes escalas; desde esferas o cilindros de 1 cm de radio, pasando por islas, volcanes, o incluso en colas de galaxias, tal y como aparece ilustrado en la simulación de la siguiente figura:



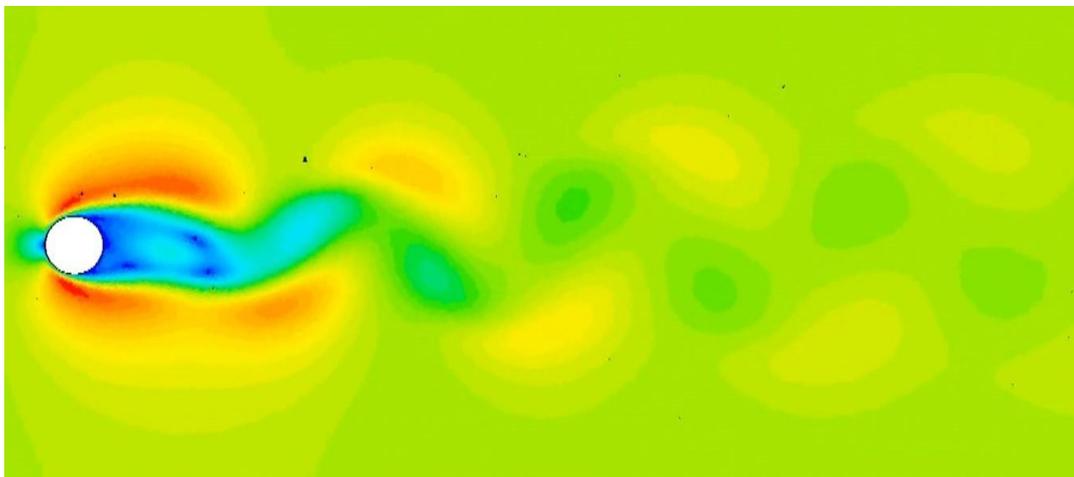
Las siguientes imágenes de satélite permiten apreciar la espectacularidad de los vórtices de Von Kármán generados a sotaventos de algunas islas, entre ellas las Canarias.







Estos vórtices, como hemos visto, evolucionan a lo largo del tiempo: Podemos hacer una simulación (Timoteo Briet, Mayo 2021) de este fenómeno mediante técnicas CFD (de modelización de dinámica de fluidos). La siguiente imagen es una captura de una simulación animada con respecto al tiempo, realizada sobre un cilindro en 3D, pero visualizando una sección transversal para apreciar la dinámica de los vórtices:



Ejemplo de una simulación: <https://www.youtube.com/watch?v=IDeGDFZSYo8>

La ventaja de estos vórtices es que siempre cumplen una serie de medidas geométricas, así como periodicidades; es decir, siguen un patrón. Esto permite, entre otras cosas, no sólo analizarlos y compararlos, sino diseñar por ejemplo, anemómetros (aparato para calcular la intensidad del viento. Conociendo la periodicidad de un flujo podemos determinar su velocidad; para ello, el anemómetro en cuestión, ha de tener en su interior, una especie de cilindro, el cual es atravesado por el flujo de aire, midiendo la citada periodicidad:

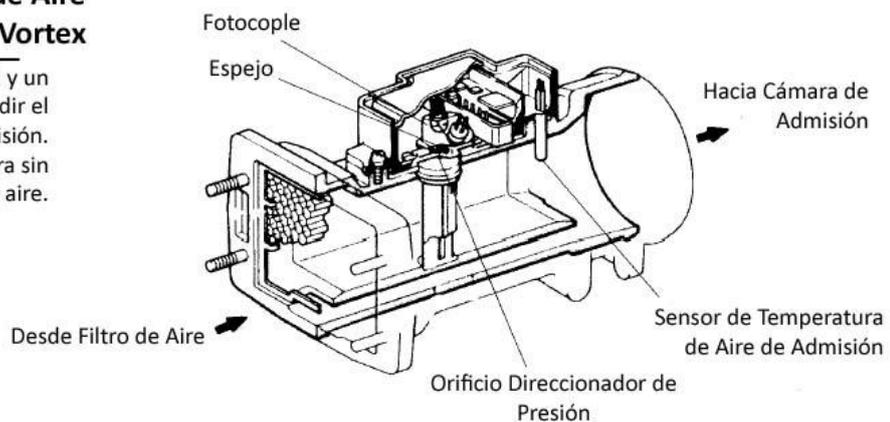
$$\frac{fd}{u} = 0.198 \left(1 - \frac{19.7}{Re} \right)$$

En esta nueva ecuación del número de Strouhal aplicada al caso que nos ocupa, f es la frecuencia o periodicidad (ciclos) por unidad de tiempo, d el diámetro del cilindro, u la velocidad del flujo y Re es el número de Reynolds del fenómeno.

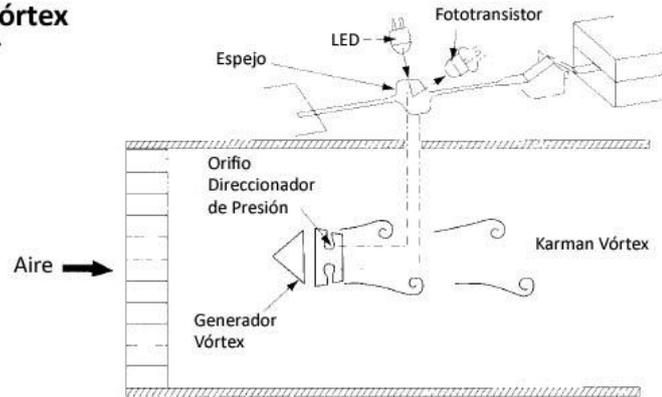


Medidor de Flujo de Aire Karman Vortex

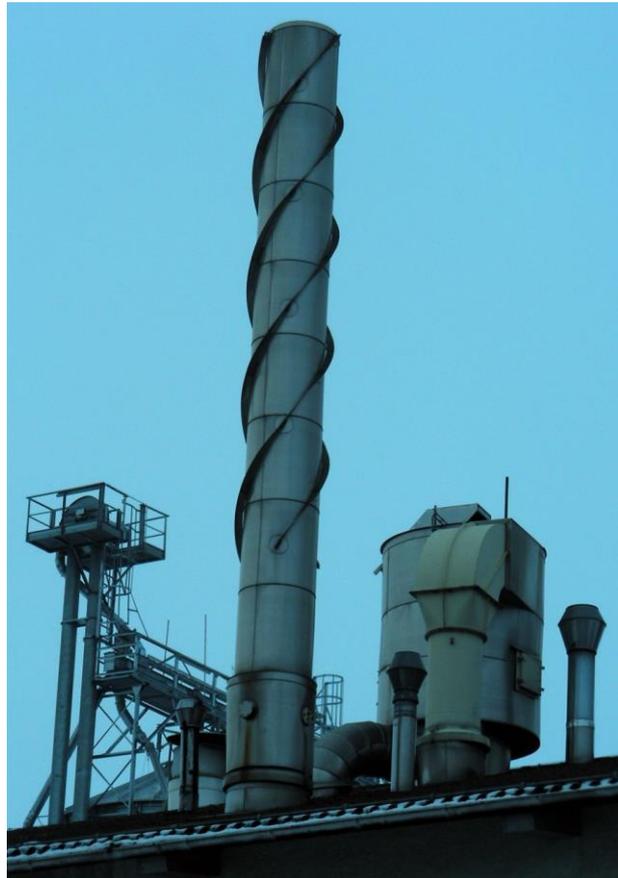
Emplea un espejo móvil y un fototransistor para medir el flujo de aire de admisión. Este tipo de sensor opera sin restringir el flujo de aire.



**Funcionamiento Karman
Vórtex**



En ingeniería civil, por ejemplo, estas periodicidades no son buenas. La razón es simple: supongamos una chimenea sobre la que se forman vórtices de Von Kármán aguas abajo; cada vórtice allí formado produce una fuerza sobre la chimenea y la alternancia de turbulencias a uno y otro lado hace que la chimenea vibre. Si esta vibración coincide con la frecuencia de resonancia de la chimenea puede derribarla. Para evitar este hecho, se rodea la chimenea de arriba abajo con una cinta en espiral.



Recordemos, para finalizar, que el puente colgante de Tacoma Narrows, en el estado de Washington (EEUU) y construido en 1940, colapsó por un fenómeno de resonancia provocado por la formación de vórtices de Von Kármán. Su intrínseca belleza a vista de satélite contrasta, en estos últimos casos que hemos comentado, con sus efectos potencialmente devastadores, que no son para tomar a broma.



@TimoteoBriet