

Ana M. Mancho es científica titular del Instituto de Ciencias Matemáticas de Madrid, del CSIC. Desarrolla su investigación sobre dinámica de fluidos en modelos geofísicos.



GEOFÍSICA

La Tierra, un sistema de fluidos

La dinámica global de nuestro planeta es caótica y turbulenta. ¿Cómo elaborar modelos fiables?

Ana M. Mancho

LOS FLUIDOS SE HALLAN PRESENTES en toda la dinámica terrestre. No solo son fluidos el océano o la atmósfera, sino también el interior del planeta. El fluir del manto procede con gran lentitud, por lo que su evolución resulta casi imperceptible para el ser humano. El núcleo externo de la Tierra también es líquido, principalmente hierro fundido, y su rotación generaría el campo magnético terrestre.

Así pues, desde un punto de vista geofísico, todos los procesos globales de nuestro planeta quedan descritos por las ecuaciones de la dinámica de fluidos. Sin embargo, a pesar de que estas fueron formuladas hace más de dos siglos, la estructura de sus soluciones continúa siendo uno de los problemas más investigados en matemáticas. Ello se debe a sus propiedades no lineales, las cuales entrañan fenómenos caóticos y turbulentos que impiden realizar predicciones detalladas.

En el desarrollo de la dinámica de fluidos destacan los trabajos pioneros de Leonhard Euler, quien en 1755 escribió las ecuaciones diferenciales que rigen el movimiento de un fluido no viscoso. Años

después, en 1825, Claude-Louis Navier y George G. Stokes introdujeron en ellas un término de viscosidad. Las ecuaciones de Navier-Stokes predicen la evolución del campo de velocidades de un fluido; es decir, el vector de velocidades en cada punto. En el caso que nos ocupa, tales variables describirían los vientos atmosféricos, las corrientes oceánicas o el flujo del manto y el núcleo.

Además del campo de velocidades, en los problemas geofísicos han de tenerse en cuenta otras variables, como la temperatura, la humedad (en el caso atmosférico), la salinidad (en el océano) o los campos electromagnéticos (en el núcleo). Por su parte, el manto terrestre no se comporta como un fluido puramente viscoso, sino que en su dinámica intervienen también propiedades elásticas y plásticas, lo que introduce complicados términos en las ecuaciones.

ESTABILIDAD Y BIFURCACIONES

Las ecuaciones de los fluidos permiten aproximar numerosos comportamientos complejos observados en esos escenarios. El estudio de algunos problemas

simplificados ha permitido entender en profundidad varios fenómenos globales. Por ejemplo, en experimentos sencillos se ha comprobado que existen condiciones físicas en las que, ante pequeñas perturbaciones, los fluidos cambian su apariencia y se organizan en nuevas estructuras ordenadas.

Un ejemplo clásico nos lo proporciona la inestabilidad de Rayleigh-Bénard. Esta se produce cuando un fluido se calienta de manera uniforme desde abajo. Cuando el gradiente de temperatura supera cierto umbral crítico, el fluido comienza a moverse, formando rollos de convección en los que el fluido circula de forma alternativa en sentido horario o antihorario. El movimiento de los fluidos producido por diferencias térmicas es un fenómeno global que se observa en la circulación atmosférica, la oceánica y en el interior de la Tierra.

Desde un punto de vista matemático, la existencia de condiciones críticas que desencadenan una inestabilidad se relaciona con la presencia de una *bifurcación*. Como ejemplo sencillo, podemos considerar el movimiento de una canica en el fondo de un valle; lo que en física y matemáticas se conoce como «pozo de potencial». Su mínimo (ubicado, por ejemplo, en $x = 0$) constituye un punto de equilibrio. Este equilibrio es además estable, ya que si propinamos un pequeño impulso a una canica que se encuentra en $x = 0$ (y si existe rozamiento; esto es, si el sistema es disipativo) esta acabará regresando por sí sola al centro del pozo.

Pero ¿qué ocurre si modificamos la forma del pozo de potencial para levantar una pequeña colina en su centro? En tal caso, la estabilidad del sistema cambiará. El punto $x = 0$, convertido ahora en una cima, aún se corresponderá con un punto de equilibrio; sin embargo, se tratará de un equilibrio inestable, ya que

EN SÍNTESIS

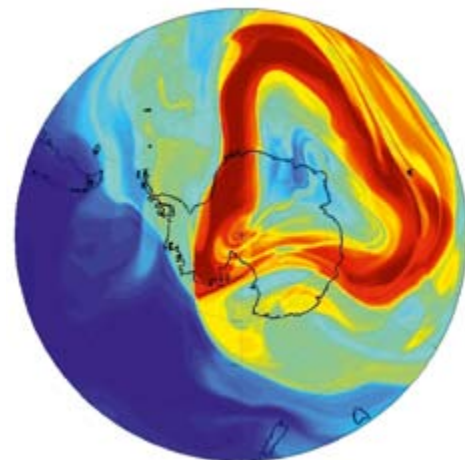
Los procesos geofísicos globales quedan descritos por las ecuaciones de la dinámica de fluidos. Aunque estas se formularon hace tiempo, la estructura general de sus soluciones aún se desconoce.

Dichas ecuaciones entrañan fenómenos turbulentos y caóticos: su evolución resulta extremadamente sensible a pequeñas variaciones en las condiciones iniciales.

Para paliar el problema, los modelos atmosféricos agregan grandes cantidades de datos en intervalos de horas. Los modelos oceánicos o sísmicos revisitan mayor dificultad.



DINÁMICA TURBULENTO: Las propiedades no lineales de las ecuaciones que describen la dinámica de fluidos dificultan sobremanera el estudio de los procesos geofísicos. A tal fin, los expertos emplean modelos estadísticos y complejas simulaciones informáticas. Esta imagen muestra la geometría de la dinámica caótica de la estratosfera austral. El color rojo corresponde a las regiones en las que las partículas se mueven con mayor rapidez, por encontrarse en la corriente del vórtice polar. En su interior se localiza el agujero de ozono. El color azul indica las regiones en las que las partículas se mueven más despacio. El contraste brusco de colores se asocia a las barreras dinámicas.



si perturbamos ligeramente la posición de una canica colocada allí, esta rodará hacia abajo y se alejará de dicho punto. Además, la deformación habrá creado dos nuevos valles. Estos representan dos nuevos puntos de equilibrio estables, hacia los cuales el sistema evolucionará de manera espontánea.

Tales cambios de estabilidad reciben el nombre de bifurcaciones (el ejemplo anterior se conoce como bifurcación de tridente, o *pitchfork*). La teoría de bifurcaciones proporciona un marco teórico adecuado para describir todo un espectro de soluciones en sistemas dinámicos no lineales a medida que variamos los parámetros físicos que los definen.

Lo que ocurre en una inestabilidad de Rayleigh-Bénard resulta análogo al ejemplo que acabamos de describir. Al variar el gradiente térmico (el equivalente de formar el perfil del valle), la transmisión conductiva del calor se torna inestable y el sistema genera nuevos estados de equilibrio estable; en este caso, los rollos de convección. Si aumentamos aún más el gradiente térmico, aparecerán sucesivas bifurcaciones y el sistema desarrollará nuevos patrones de convección.

A partir de cierto punto, sin embargo, comenzarán a surgir estados turbulentos, caracterizados por un comportamiento complejo y muy desordenado tanto en el espacio como en el tiempo. Algunos estudios recientes sobre la transición hacia dinámicas turbulentas han revelado que las soluciones inestables desempeñan un importante papel, ya que dejan su impronta en el régimen turbulento.

Uno de los pioneros en el estudio de la complejidad en las ecuaciones de dinámica de fluidos fue Edward Lorenz. Hace ahora 50 años, en 1963, al estudiar un modelo atmosférico sencillo, Lorenz descubrió que sus ecuaciones contenían soluciones impredecibles. Esta posibilidad ya había sido anticipada en 1908 por Jules Henri Poincaré en su obra *Ciencia y método*: en ocasiones, las pequeñas incertidumbres en el estado inicial de un sistema pueden amplificarse en el tiempo

hasta impedir cualquier predicción futura. De esta forma, si bien las ecuaciones de un fluido son deterministas y permiten calcular su evolución una vez conocido su estado presente, existen condiciones físicas en las que esto último no es posible. Aunque los resultados de Lorenz permanecieron en un segundo plano durante una década, más tarde desencadenarían una intensa investigación en el campo de los sistemas caóticos.

PREDECIR EL CAOS

Tales aspectos de la dinámica de fluidos marcan la modelización matemática en las ciencias de la Tierra. La dinámica atmosférica está sujeta a todo tipo de incertidumbres. Para abordarlas, se emplean modelos muy complejos que incorporan, con un detalle cada vez mayor, la orografía del terreno. A fin de que las predicciones meteorológicas resulten fiables, los modelos agregan cientos de miles de observaciones procedentes de satélites y estaciones meteorológicas.

El procedimiento mediante el cual las mediciones se incorporan a los modelos recibe el nombre de asimilación de datos. Para mantener las incertidumbres bajo control, los pronósticos se realizan sobre un conjunto de predicciones que se promedian e interpretan con técnicas estadísticas. Estos modelos han permitido que, a partir de las observaciones, pueda conocerse a posteriori el estado de toda la atmósfera. Varias instituciones internacionales, como los Centros Nacionales para la Predicción Ambiental y el Centro Nacional para la Investigación Atmosférica, en EE.UU., así como el Centro Europeo de Previsiones Meteorológicas a Medio Plazo, proporcionan a posteriori datos de reanálisis que permiten obtener, a intervalos de horas, el valor de las variables atmosféricas en una red de puntos que cubre toda la superficie de la Tierra y que alcanza altitudes de entre 40 y 65 kilómetros.

Aunque en los últimos años ha mejorado nuestra comprensión de las grandes corrientes de circulación marinas y

el funcionamiento cualitativo del océano, los modelos oceánicos resultan menos precisos que los atmosféricos. Ello se debe, en parte, a que el número de observaciones que se asimilan en estos modelos es mucho menor que en el caso atmosférico. Existen regiones oceánicas que, por su gran impacto en la actividad humana, revisten un interés especial. Para describirlas se han desarrollado modelos *ad hoc* que asimilan datos y observaciones sobre la zona en cuestión. Tales modelos proporcionan, a intervalos de horas, las variables relevantes a distintas profundidades.

Por último, el interior de la Tierra resulta difícilmente accesible. Su exploración requiere el uso de métodos indirectos. A tal fin, los sismógrafos permiten estudiar la propagación de ondas sísmicas durante los terremotos, gracias a lo cual pueden elaborarse modelos sobre la estructura interior del planeta. La reología de las rocas del manto también resulta bastante desconocida, ya que las condiciones extremas de presión y temperatura a las que se ven sometidas no pueden reproducirse en un laboratorio.

El desconocimiento de tales aspectos en los modelos que describen la dinámica del interior de la Tierra hace que, por ejemplo, hoy por hoy resulte imposible predecir un terremoto. En cambio, a corto plazo los pronósticos meteorológicos sí alcanzan una fiabilidad considerable.

PARA SABER MÁS

Hydrodynamic and hydromagnetic stability. Subrahmanyan Chandrasekhar. Dover, 1961.
Geophysical fluid dynamics. Joseph Pedlosky. Springer. 2.ª edición, 1987.
Dynamic Earth. Geoffrey F. Davies. Cambridge University Press, 2000.
The Earth machine: The science of a dynamic planet. Edmond A. Mathez y James D. Webster. Columbia University Press, 2007.