

## El CSIC en la Escuela

*La ciencia está escrita en ese gran libro abierto ante nuestros ojos: el universo. Pero no puede entenderse si antes no se aprende la lengua y los caracteres en los que está escrito. Está escrito en el lenguaje de las matemáticas y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin cuyo conocimiento es imposible comprenderla; es como girar vanamente en un oscuro laberinto.*

Galileo Galilei (1564-1642) en *Il Saggiatore* (el Ensayador) publicado en 1623 en Milán.

# La medida del radio terrestre por Eratóstenes



Investigaciones  
Consejo Superior de  
Científicas

Área de Cultura  
Científica del CSIC

Fundación **BBVA**

Grupo de Extensión Científica del IMAFF

La aventura que vamos a relatar es una de las más apasionantes realizaciones del género humano. Su objetivo inicial fue la determinación del tamaño del planeta en el que vivimos. Para llevarla a cabo solo fueron necesarios conocimiento, observación e imaginación.

Leyendo estas líneas nos puedes acompañar en nuestro viaje a la Grecia del siglo III a.C. y repetir uno de los experimentos más bellos de la historia de la humanidad. El mensaje que nos transmitieron aquellos primeros científicos de nuestra civilización es fundamental: **la importancia de las matemáticas para comprender el mundo.**

Gracias a las matemáticas podemos saber lo que hay más allá de nuestra atmósfera. Sin ellas todavía desconoceríamos el tamaño de la Tierra y creeríamos que la Luna se encuentra a unos pocos kilómetros, que el Sol es del tamaño de una provincia y que las estrellas se encuentran fijas sobre una esfera transparente que gira una vez al día en torno a la Tierra.

Podríamos decir que sin el desarrollo de las matemáticas no sabríamos nada del espacio y del tiempo en el que transcurren nuestras vidas.

## LOS ACTORES.

Nuestra historia comienza con la publicación de *Los Elementos*, donde **Euclides** expone de forma magistral la obra de todos los geómetras anteriores. Entre ellos sólo destacaremos a Ahmes (1680 -1620 a.C.), el escriba egipcio autor del papiro de Rhind, a Tales de Mileto (624-546 a.C.) y a Pitágoras (580-520 a.C.), del que se dice que fue el primer matemático puro.

Todo lo que sabemos de la vida de **Euclides** ha llegado a nosotros a través del historiador griego **Proclo de Alejandría** (410-485d.C.). Sabemos que estudió con **Platón** (427-347 a.C.) y que vivió en Alejandría hacia el año 300 a.C. donde fundó una escuela de estudios matemáticos. Fue algo mayor que **Arquímedes**, nacido hacia el 287 a.C.

Alejandría fue fundada por el rey macedonio **Alejandro Magno** dos años antes de su muerte, en el 321 a.C. Situada en el delta del Nilo, constituyó un fructífero punto de encuentro de civilizaciones (griegos, judíos y árabes), como lo fue Toledo durante la época de **Alfonso X el Sabio**. **Ptolomeo I el Grande**, sucesor de **Alejandro**, fundó el Museo (un centro de investigación y enseñanza cuya biblioteca llegó a poseer más de 700.000 documentos), y pidió a **Euclides** que formase parte de esta institución. Allí ejerció su labor docente y científica durante más de 20 años, y redactó la obra a que nos hemos referido. *Los Elementos* fue impresa por primera vez en 1482 y desde entonces ha tenido más de mil reimpressiones. Nuestro segundo personaje es **Eratóstenes** (c 284-192 a.C.), matemático, astrónomo, geógrafo y filósofo. Fue el tercer director del Museo de Alejandría, en un periodo que comenzó en el año 236 a.C. En ese puesto permaneció hasta su muerte, hacia el 192 a.C. Fue el primero que utilizó la palabra *geografía*, elaborando mapas y cartas marinas. En uno de ellos representó el mundo conocido con Gran Bretaña, al Noroeste, la desembocadura del río Ganges, al Este, y Libia al Sur.

Este mapa fue el primero en el que aparecieron líneas paralelas transversales para señalar los puntos de la misma latitud, así como algunos meridianos que definían la longitud. La figura adjunta representa una reconstrucción del mapa de **Eratóstenes**, siguiendo las descripciones que hicieron del original **Cleómedes** y **Posidonio**.

Junto con Arquímedes, se considera a **Eratóstenes** uno de los fundadores de la matemática aplicada. Si estudiamos atentamente este mapa llegamos al punto más importante de nuestro razonamiento. Se refiere a la forma de la Tierra, ya que ésta determina la geometría que se debe aplicar. Durante miles de años los astrónomos se habían dado cuenta de que los eclipses de Luna se producían cuando la Tierra se interponía entre el Sol y nuestro satélite, proyectándose siempre una sombra circular, característica que solo posee la esfera.

Por ello, a partir de las observaciones de los eclipses se dedujo que la Tierra tenía forma de esfera, modelo que empleó **Eratóstenes** en el mapa que estamos describiendo.

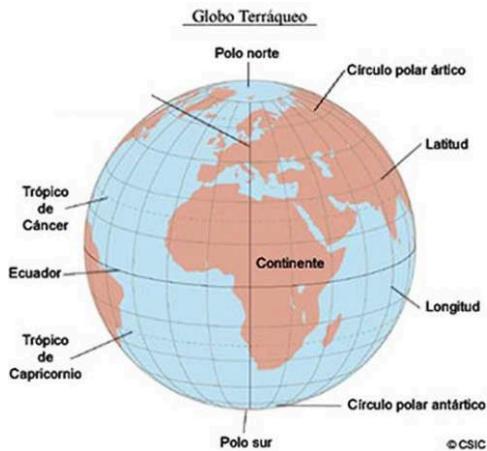


El sistema de **paralelos y meridianos** es de excepcional importancia, no solo por sus aplicaciones sino porque constituye un ejemplo de un *objeto imaginario* de los que los seres humanos hemos poblado nuestro mundo.

Consiste en una serie de círculos ideales que dividen la superficie de la Tierra de una manera conveniente para describir la situación de cualquier punto de ella por medio de solo dos números y dos símbolos.

Los meridianos son círculos máximos que pasan por los dos polos y están numerados de 0 a 180 grados.

Este número recibe el nombre de longitud geográfica, que puede ser Este u Oeste. Su origen es, en la actualidad, el meridiano que pasa por Greenwich (y por Castellón de la Plana), que



se toma como meridiano 0 grados (Toledo, con este sistema, se encuentra a 4 grados de longitud Oeste). Han existido otros orígenes para determinar la longitud, como lo fueron el meridiano que pasa por París, para los franceses, y el que pasa por Cádiz para los españoles.

En el mapa de **Eratóstenes**, como es lógico, se considera el meridiano de Alejandría el origen de los meridianos.

La serie de círculos paralelos al ecuador se denominan paralelos geográficos, y se numeran de 0 a 90 grados, añadiendo el calificativo Norte o Sur, dependiendo del hemisferio en que se encuentren. Toledo, por ejemplo, se encuentra a 40 grados de latitud Norte.

## EL TAMAÑO DE LA TIERRA.

Cuentan que al viajar a Egipto para tomar posesión de su puesto de director del Museo, **Eratóstenes** preguntó al capitán del barco cómo se orientaban los marinos en alta mar.

El capitán le informó que mantenía una de las estrellas que menos se mueve en el firmamento constantemente a popa cuando iban hacia Egipto, y directamente a proa cuando regresaban a Grecia.

Además le comunicó que la sombra de los objetos iluminados por el sol de mediodía disminuía al ir de Grecia a Egipto, por lo que el tamaño de la sombra del mástil les servía también de referencia. Estas observaciones estaban de acuerdo con los datos que se encontraban en el Museo sobre el tamaño de las sombras. En la ciudad de Siena (actualmente Asuán, situada muy aproximadamente en el trópico de Cáncer), el 21 de Junio (solsticio de verano) el Sol iluminaba el agua de los pozos, por muy profundos que fuesen y los edificios no proyectaban sombra.



Es decir, el Sol se encontraba exactamente en la vertical de Siena.

En cambio, en Alejandría, situada a unos 800 kilómetros más al Norte, ese mismo día un mástil clavado en el suelo proyectaba una sombra apreciable.

Inmediatamente determinó el ángulo que formaban los rayos del Sol con la vertical, que resultó ser de 7,2 grados. Alejandría se encuentra a 31,2 grados Norte, 29,9 Este y Siena a 24,0 Norte y 32,9 Este.

Pero **Eratóstenes** creyó que ambas ciudades se encontraban en el mismo meridiano (cometiendo un pequeño error, de todo punto disculpable), y llevó a cabo las medidas oportunas para determinar el radio del planeta basándose, además, en las dos hipótesis siguientes:

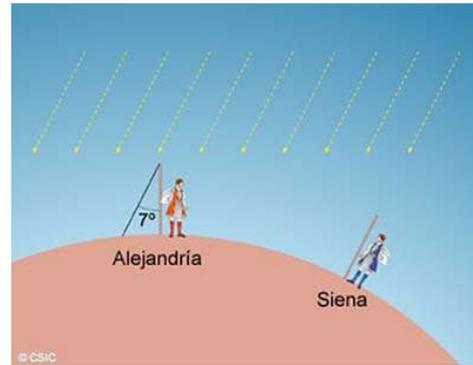
- 1.- La Tierra es perfectamente esférica.
- 2.- El Sol se encontraba tan alejado que sus rayos podían considerarse paralelos.

Ambas hipótesis le permitían aplicar el quinto postulado de **Euclides** en la enunciación siguiente: *Si dos rectas son paralelas, los ángulos alternos internos formados con otra recta que corta a ambas son iguales.*

El proceso por el que se crean los modelos es fundamental en ciencia. Consiste en **abstraer** de la realidad lo que es relevante para el fenómeno que queremos estudiar y dejar a un lado

lo demás, formando así una imagen suficientemente simplificada del mundo para que el cálculo sea posible, pero lo suficientemente precisa para que el resultado sea útil.

Por eso **Eratóstenes** crea un modelo de Tierra absolutamente esférica, ya que las irregularidades de su superficie no tienen importancia cuando se trata de determinar su radio medio, y supone que el Sol se encuentra a una distancia infinita del sistema Tierra-Luna, de manera que sus rayos que lleguen a la superficie del planeta sean perfectamente paralelos, situación en la que puede



aplicar el quinto postulado de **Euclides** para resolver el problema. Lo acertado de la primera hipótesis se verá cuando se discutan los resultados, y la simplificación de la lejanía del Sol está justificada ya que se encuentra a una distancia del orden de los ciento cincuenta millones de kilómetros, frente a la cual la separación entre ambas ciudades es despreciable. La importancia del proceso de abstracción en las representaciones humanas de la realidad es patente tanto en ciencia como en arte, y la capacidad que los seres humanos presentan para este proceso se hace patente con solo mirar los dibujos con que los alumnos de las primeras etapas representan la realidad.

Con este modelo se podía calcular muy fácilmente el radio de la Tierra por una simple proporción: si a una distancia de 800 kilómetros le corresponde un ángulo de 7,2 grados, a la longitud total del meridiano le corresponderán 360 grados.

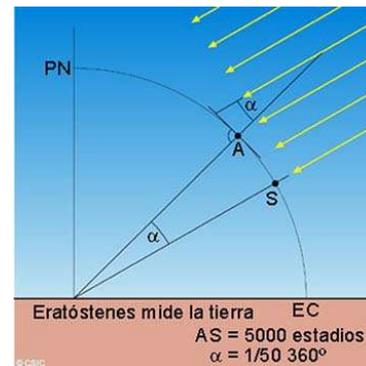
$$800 / 7,2 = C / 360$$

Es fácil despejar C, multiplicando ambos miembros por 360:

$$C = 360 \times 800 / 7,2 = 40.000 \text{ kilómetros}$$

Y utilizando la conocida fórmula de la longitud de la circunferencia  $C=2\pi R$  se obtiene la longitud del radio dividiendo ambos miembros por  $2\pi$ :

$$R=C/2\pi = 40.000/2\pi = 6.366,18 \text{ kilómetros.}$$



Milagrosamente la medida de **Eratóstenes** resultó ser bastante aproximada. Los errores en la determinación de distancias, medidas a partir de los pasos de una persona, compensaron los fallos del modelo, ya que ni la Tierra es perfectamente esférica, ni Asuán ni Siena están situadas en el mismo meridiano. Las medidas modernas dan la cifra de 40.074 kilómetros para la longitud de la circunferencia media del meridiano y 6.378 kilómetros para el radio.

Esta primera determinación del tamaño de nuestro planeta tuvo una enorme importancia para la sociedad. Por primera vez se pudieron estimar las distancias entre los diferentes lugares de la Tierra a partir de su longitud y latitud. Tras la medida de **Eratóstenes** se realizaron otras determinaciones que dieron resultados menos acertados; la más famosa fue la de **Posidonio**, hacia el año 100 a.C., que obtuvo una longitud de la circunferencia de 28.900 kilómetros. Este resultado fue muy probablemente el aceptado por **Ptolomeo**, considerándose válido a lo largo de todo el medioevo gracias al *Almagesto*. **Colón** aceptó este valor, lo que dio como resultado una estimación errónea de la longitud de la travesía que le llevaría a Asia partiendo hacia el Oeste (unos 5000 kilómetros, valor muy inferior al real). Este error dio lugar al descubrimiento de América, situada justamente a esa distancia. Actualmente la Tierra se encuentra rodeada por un sinnúmero de satélites artificiales que nos ayudan a comunicarnos y a situarnos en la superficie de nuestro planeta. Los cálculos que realizan los científicos y los ingenieros para colocarlos en órbita están basados íntegramente en las matemáticas que recogió **Euclides** en sus *Elementos*. Es una aventura que comenzó con **Eratóstenes** y aún no ha terminado. Sin duda lo más emocionante está por descubrirse.