

## **Las mediciones barométricas de Humboldt y Caldas en la Nueva Granada**

Luis Carlos Arboleda  
Universidad del Valle

Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

### **Resumen**

En este trabajo se examinan las interacciones entre Humboldt y Caldas sobre las primeras mediciones barométricas en los Andes que fueron determinantes en sus respectivos trabajos biogeográficos. Se empieza por reconstruir el estudio que hace Caldas de las nivelaciones barométricas de Humboldt desde Cartagena a Santa Fe y otras informaciones geodésicas y cartográficas recolectadas por el prusiano en su viaje por el río Magdalena y en 1801, copia de las cuales recibió de sus amigos Arroyo y Arboleda antes de su encuentro con el prusiano.

Mostramos que este estudio reforzó y perfeccionó el espíritu de cuantificación de la naturaleza que Caldas había demostrado en años anteriores, a través del reconocimiento de nuevos instrumentos y procedimientos geofísicos indispensables en el cálculo de alturas barométricas, latitudes y longitudes, observaciones magnéticas y otras variables relacionadas con lugares significativos del territorio neogranadino. Examinamos las fórmulas matemáticas que Caldas aprendió personalmente de Humboldt en el primer semestre de 1802, y que le permitieron organizar con mayor rigor los saberes y técnicas empleados en sus mediciones.

También mostramos que este pensamiento de cuantificación de la medida se transformó en el desarrollo de sus propias observaciones a lo largo de los años siguientes, hasta conquistar, bajo circunstancias históricas particulares, la expresión analítica de la fórmula de Laplace: el modelo estándar de la física matemática para las mediciones barométricas utilizado a comienzos del siglo XIX. Caldas se apropia de este modelo en el cálculo de la altura del observatorio astronómico de Santa Fe en 1809, y lo propone como referente para las mejorar la precisión de los cálculos barométricos y su aplicación en los subsiguientes trabajos cartográficos de la Nueva Granada.

**Palabras clave:** Humboldt, Caldas, Mediciones barométricas en los Andes, Historia de la ciencia en Colombia

### **Caldas descubre en 1801 los procedimientos de nivelación barométrica de Humboldt**

En el mes de octubre de 1801, Francisco José de Caldas y Tenorio (1768-1816) dirige desde Quito cuatro cartas a sus amigos Santiago Pérez de Arroyo y Valencia (1773-1845) y Antonio Arboleda Arraechea (1750-1825) radicados en Santa Fe, firmadas el 6 y 21 de octubre al primero y el 6 y 28 de octubre al segundo. En ellas les expresa sus más sentidos agradecimientos por haber atendido sus súplicas de “copiar cuanto pudieran” los trabajos de Alexander von Humboldt (1769-1859), incluso al punto de “chuparlo como sanguijuela” (Caldas, 1978, p. 112).



que “ese perfil es un tesoro para mí; tiene cuanto se puede desear en su línea” (Caldas, 1978, p. 107). Es comprensible esta primera impresión de Caldas dado que probablemente por primera vez estaba en capacidad de observar una descripción del territorio que incorporaba en el plano de su representación visual determinada por un par de ejes, las variaciones de altura de villas, poblados y elevaciones más significativas para la cartografía de la Nueva Granada. Estas alturas en toesas se podían verificar en la escala vertical y se extendían a lo largo de 130 leguas náuticas en un trayecto tan estratégico y por ello tan importante de medir, calcular y representar, como la ruta entre Cartagena y Santa Fe. La representación también incluía otras medidas y datos astronómicos y mineralógicos buscando dar una percepción integral de la región representada. El perfil iba acompañado de una tabla que permitía comparar rápidamente las alturas del trayecto entre Cartagena y Santa Fe con las altitudes de otros lugares significativos de América, Europa y Asia. Además de lo anterior, la copia incorporaba unas valiosas anotaciones con informaciones aclaratorias sobre la base de la observación barométrica, el método del cálculo de la altura e inclusive ciertas limitaciones de escala en la representación de los datos de longitud y latitud de los distintos lugares del perfil. En fin, la copia llevaba el apellido de Humboldt.

Esta interpretación sobre el impacto que produjo en Caldas el recibo de la copia agrega elementos complementarios y coincide en buena medida con la opinión de los curadores de la exposición de Bogotá, para quienes: “El encuentro de Caldas con esta pieza fue definitivo, pues le reveló una nueva forma de gestionar la información de altitudes que venía calculando desde 1796. Él solía incluir la medición en cada punto del itinerario como elemento de la narración y ahora podía desplegar estos puntos para construir una continuidad en el espacio. Como su variable independiente era la realidad del camino de Santafé a Popayán, este tipo de representación permitía visualizar la energía del relieve, información estratégica para comerciantes y viajeros. Ver de un golpe la totalidad del camino rompía parcialmente la dependencia de guías y muleros que conocían, de manera segmentada, la distancia entre dos o más puntos del camino” (Amaya y Suárez, 2018, p. 58).

Esta impresión de Caldas sobre el perfil de Humboldt se mantiene literalmente en la carta a Arroyo del 21 de octubre. Refiriéndose ahora al recibo de algunas de las observaciones del viaje de Humboldt de Cartagena a Santa Fe, Caldas escribe: “¡Qué tesoro el que usted me presenta! ¡Qué material tan fecundo para largas y preciosas meditaciones!”. Luego agrega que [estas] observaciones de Humboldt ha[n] conmovido mi alma, de tal modo, que creo ya formarme al lado de este sabio en los géneros en que he adquirido algunos conocimientos. La astronomía, la geografía, la botánica, la química, serán mis objetos favoritos, y beberé con ansia cuanto se digne enseñarme este hombre célebre” (Caldas, 1978, p. 114).

En la carta a Arboleda del 28 de octubre confirma esta impresión: “Acabo de recibir un resumen de las observaciones que el Barón ha hecho de Cartagena a Santa Fe, remitidas por mi amado Santiago. [Estas] observaciones son un verdadero tesoro para mí”. Luego informa que obtuvo a través de Arboleda una segunda copia del perfil o nivelación barométrica de Cartagena a Santa Fe de Humboldt: “el *Nivellement Barométrique* que usted me remitió y que ya yo había recibido de mano de nuestro Santiago [Arroyo]”. Y agrega: “Ya puede usted considerarme qué ocupado me tendrán estos datos y cuánto calcularé; créame usted que deseo con ansia a este sabio viajero para aprender algo y aspirar a ser alguna cosa importante” (Caldas, 1978, p. 119).

Entre las observaciones de Humboldt que le "han conmovido el alma" y sobre las cuales espera tener mayor información en su encuentro con el barón, Caldas se interesa en primer lugar en los procedimientos geofísicos y los instrumentos empleados por Humboldt en el cálculo de las medidas barométricas de altura, las latitudes y longitudes y las variaciones magnéticas de los lugares del recorrido por el Magdalena. Es interesante tratar de contextualizar esta primera anotación en la carta del 21 de octubre a Arroyo: “[en mi encuentro con Humboldt] tomaré noticias de esas operaciones trigonométricas de MM. François y Félix le Maur [...] cuyas primeras nociones he tomado por el extracto que usted me remite. Si acaso sabe usted algo más sobre esto, comuníquemelo” (Caldas, 1978, p. 115).

Los hermanos Francisco Lemaire de la Murairie (1769-1857) y Félix Lemaire de la Murairie (1767-1841) eran ingenieros militares responsables del proyecto del canal de Güines y Batabanó hasta La Habana, a quienes Humboldt había encontrado en su reciente paso por Cuba entre diciembre de 1800 y marzo de 1801, y con quienes recorrió la zona motivado por la importancia y utilidad económica del proyecto. Entre las características técnicas del diseño que llaman la atención de Humboldt está la nivelación de las alturas situadas a lo largo de las 19 leguas de extensión del canal (1 legua = 4190 metros) (Humboldt, 1827, pp. 245-248). A ello se referirá Jabbo Oltmanns (1783-1833) años después al publicar la tabla de estas localidades en el *Recueil d'observations astronomiques* (Humboldt y Oltmanns, 1810, p. 73): “M. [François] Lemaire ha realizado el levantamiento trigonométrico de una parte de la isla de Cuba, para trazar la carta del canal de los Güines... Halló las diferencias siguientes de longitud y latitud, comparadas con el centro de la villa de La Habana”.

Recordemos que en su diario de viaje por el río Magdalena, Humboldt reconocerá a los hermanos Lemaire como dos “excelentes matemáticos y constructores prácticos”, con la mayor experiencia en este tipo de proyectos en las provincias españolas, a quienes propone invitar a dirigir la reconstrucción del canal del Dique permitiendo la comunicación fluvial entre Cartagena y el río Magdalena. (Humboldt, 1982, Diario VII a y b). Recordemos también que los nombres de los Lemaire aparecen mencionados en el noveno recuadro del mapa del río Magdalena de Humboldt conservado en la Biblioteca Luis Ángel Arango del Banco de la República en Bogotá (Gómez Gutiérrez, 2018, tomo III, p. 104). Fue probablemente de estas fuentes que Arroyo obtuvo las informaciones sobre los Lemaire de las cuales Caldas acusa recibo en su carta del 21 de noviembre y que afianzaron su interés por ampliar su conocimiento sobre las técnicas de nivelación y levantamiento de perfiles de territorios de larga extensión, interés este que se manifiesta en la ansiedad con que Caldas espera reunirse con Humboldt.

### **Humboldt aplica técnicas de perfiles de nivelación barométrica en el viaje en España**

En el viaje que realizó con Aimé Bonpland (1773-1858) en los primeros meses de 1799 desde Valencia a Madrid y de Madrid a La Coruña, antes de su partida para América, Humboldt tomó datos de niveles barométricos de los principales lugares del recorrido y a partir de allí y otros cálculos que obtuvo de sus corresponsales, publicó años después dos perfiles de la península Ibérica (Leitner, 2011, pp. 550-551). Este probablemente es el primer levantamiento topográfico de larga extensión realizado por el prusiano (Puig-Samper, 2017, p. 954), incluyendo además de alturas barométricas, descripciones geológicas, datos climatológicos, geográficos y astronómicos de distintos sitios.

En la transcripción del *Diario de España* y en el estudio de su contenido (Leitner, 2011, p. 552s; Puig-Samper y Rebok, 2007, pp. 181-2, 185), se encuentran valiosas informaciones sobre instrumentos, técnicas de medición y validación de datos empleados por Humboldt en sus nivelaciones barométricas en España las cuales aplicaría en los meses siguientes en América. Por ejemplo, sabemos que Humboldt utilizó el barómetro de cubeta de Ramsden, que calculó la altitud en toesas inicialmente por las fórmulas de Jean-André Deluc (1727-1817) y George Shuckburgh (1751-1804), y que luego revisó y corrigió estos datos por las fórmulas de Jean Trembley (1749-1811) y Pierre-Simon de Laplace (1749-1827).

Humboldt describe en el *Diario* el procedimiento para obtener medidas barométricas en los distintos lugares del trayecto mediante el principio de nivelación. Consiste en medir la diferencia de altitud, o más bien la sucesión de diferencias, en relación con un punto de altura conocida, en este caso Madrid, el cual obra como referente de la nivelación en todo el perfil topográfico (Leitner, 2011, p. 553): “En todos los lugares donde he pernoctado he hecho cuidadosamente la observación por la mañana y al anochecer y [...] he puesto a un punto en relación con el otro. Para mí lo más importante era dilucidar la altitud de Madrid, como punto central, mediante la comparación de muchos datos, independientes entre sí, para luego calcular [...] las localidades debajo y sobre el horizonte de Madrid”.

También es interesante la explicación de Humboldt sobre el método utilizado para calcular distancias longitudinales y que Leitner resume de la siguiente manera (p. 565): “caminaba regularmente 120 pasos por minuto, que se corresponden con 270 pies de París (= 87,67 m). Así, se podía concluir el tiempo empleado con pasos rápidos y uniformes en un recorrido y la distancia andada. Humboldt utilizó este método para determinar «bases grandes de 300 toesas» (= 584,52 m), que se utilizaban para la triangulación. Con ayuda de estas bases y con la medición de los ángulos que Humboldt realizaba con el sextante, por medio de relaciones trigonométricas, se podían determinar distancias largas, intervalos de puntos, así como la exactitud de las altitudes. Para la precisión de este método resultó determinante el establecimiento correcto de la base. Humboldt le dedicó una reflexión en forma de nota en el diario.” Esto es lo que el prusiano dejó consignado al respecto en la nota 9 de su *Diario* publicado en Leitner (2011, p. 565):

“Comprobado muy exactamente con el cronómetro:

- a. Andando muy despacio durante 1 minuto, 115 pasos = 258 pies parisinos.
- b. Andando a paso rápido normal durante 1 minuto, 120 pasos = 270 pies parisinos.
- c. Andando a paso muy rápido durante 1 minuto, 150 pasos = 337 pies parisinos.

Con la velocidad de b o 4,5 pies en 1” recorro con frecuencia, en un día, 14 leguas francesas, descansando sólo una vez cada hora. Una milla geográfica, es decir, 24.000 pies, se cubren en una hora 28 minutos. Para medir bases grandes de 300 toesas con pasos es muy importante hallar la velocidad con la que se camina de forma uniforme. Cada persona posee una idiosincrasia de su fuerza muscular según su velocidad y en ésta el error es muy pequeño.”

### **Caldas lector acucioso del *Nivellement barométrique* de Humboldt**

Retornemos a las cartas de octubre de 1801 a Arroyo y Arboleda. En ellas, Caldas se manifiesta deslumbrado por la “exactitud y extensión” del método de nivelación barométrica empleado por

Humboldt a lo largo del río Magdalena. Aunque esta actitud se justifica por la repercusión que este método tendrá inmediatamente en su práctica geográfica y cartográfica, lo que Caldas recibe son copias “furtivas” (al decir de Humboldt) de unos primeros esbozos del mapa y perfil del río que Humboldt había realizado a su llegada a Santa Fe y que esperaba perfeccionar luego como en efecto ocurrió. En escritos posteriores, el prusiano será más exigente en cuanto a los procedimientos de nivelación barométrica, y condicionará la extensión de la representación figurativa al buen uso de los instrumentos apropiados y a la exactitud en la obtención de los datos. Por ejemplo, en Humboldt (1810, p. 370) se refiere a la conveniencia de trazar, en particular para el caso de la cadena de los Alpes, “proyecciones verticales o perfiles” de largas extensiones de terreno como los que elaboró en América, en los cuales se pudieran disponer las características topográficas, geográficas y otros fenómenos relativos a un gran número de puntos de un mismo trayecto. Estos datos debían obtenerse a través de “observaciones precisas” y estar organizados en tablas sinópticas.

Desde el punto de vista de estas exigencias de rigor, la experiencia con las copias de los primeros esbozos del perfil y del mapa del Magdalena no le resultaron a Humboldt en nada satisfactorias. Sin referirse a las dificultades intrínsecas del perfil, como las limitaciones en articular distintos registros de datos, por ejemplo latitud y longitud, en el mismo plano, Humboldt escribe: “Yo había dibujado, en 1801, un corte del río Magdalena, desde Santa Fe de Bogotá hasta Cartagena de Indias. Este dibujo, desfigurado por copistas, fue grabado en Madrid, sin mi aprobación y antes de mi retorno a Europa” (Humboldt, 1810, p. 370). En el mismo sentido se expresa en el *Diario*, en donde además de insistir en que no autorizó las copias mencionadas, da cuenta del conflicto local en su elaboración, sin que quede clara la relación de estos hechos con las copias de Arroyo y Arboleda: “En los *Anales de Ciencias Naturales* tuvieron la ocurrencia de publicar mi perfil del camino de Cartagena a Santa Fe, también según copias de copias muy falsas! De esta manera se dispone de mi propiedad, y mientras tanto continuó comunicado lo que se me pide. ¡Más vale sufrir semejantes sinsabores que hacer mal a las ciencias por causa de Virreyes desconfiados!” (Humboldt, 1982, extracto del Mapa del río Magdalena).

Humboldt se refiere concretamente al error, que se reproduce en todas las copias, de fijar la altura de Honda en 290 toesas cuando se toma el valor del barómetro sobre el nivel del mar en Europa: 338,9 líneas según Shuckburgh. Mientras que esta altura es de 178,2 toesas cuando se rectifica el valor del barómetro a nivel del mar en 337,8 líneas y una temperatura de 25°, bajo las condiciones de los océanos Atlántico y Pacífico, tanto en el hemisferio norte como en el sur. Este es el valor que emplea Humboldt en sus observaciones barométricas de altura en América, como lo aclara en la *Geografía de las plantas* (Gómez Gutiérrez, 2018, tomo II, p. 172), y que le permite fijar la altura de Honda en 178,2 toesas como aparecerá años después en la tabla de nivelación barométrica del viaje a lo largo del Magdalena del *Recueil* (Humboldt, 1810, p. 299). Caldas, por su parte, no reconoce en ese momento el error porque venía utilizando el método barométrico tradicional de Bouguer en el cual el valor de la altura del barómetro sobre el nivel del mar era de 329,7 líneas. Entonces hay una diferencia de apenas 1,9 líneas con respecto al valor de Shuckburgh, con lo cual la nueva altura de Honda difiere de la anterior en 24 o 25 toesas, “que no es de tanta consideración” (Caldas, 1978, p. 115; carta a Arboleda del 21 de octubre de 1801).

Caldas tiene fuertes razones para manifestarse atraído en ese momento por el método de Shuckburgh. En su carta del 5 de julio de 1801 a Arroyo, dice estar satisfecho de su “primer ensayo

en el barómetro” aplicando el método de Bouguer para medir la altura del cerro Guadalupe (Caldas, 1978, p. 81), pero al mismo tiempo reconoce “algunos defectos” en este procedimiento. En la carta del 5 de agosto de 1801 al mismo Arroyo, Caldas dice estar enterado de que Humboldt emplea en sus observaciones barométricas un método más riguroso que el de Bouguer: “Me tienen asombrado la sabiduría y la modestia del Barón de Humboldt y de su compañero Bonpland; espero con ansia a este ilustre prusiano, y tengo fundadas esperanzas de instruirme algo con su trato: allí veré lo que son instrumentos exactos, y le pediré ese método nuevo superior al de M. Bouguer para por él manejarme en mis observaciones” (Caldas, 1978, p. 97). En la copia del perfil de Cartagena a Santa Fe identificará ese “método nuevo superior” por esta primera frase de la anotación aclaratoria a la tabla de alturas escrita originalmente en francés: “El barómetro se ha considerado a nivel del mar en 338,9 líneas según las observaciones del Caballero Shuckburg[h] y del C[aballero] Fleurieu Belvue” (Amaya y Suárez, 2018, lámina 45, p. 58).

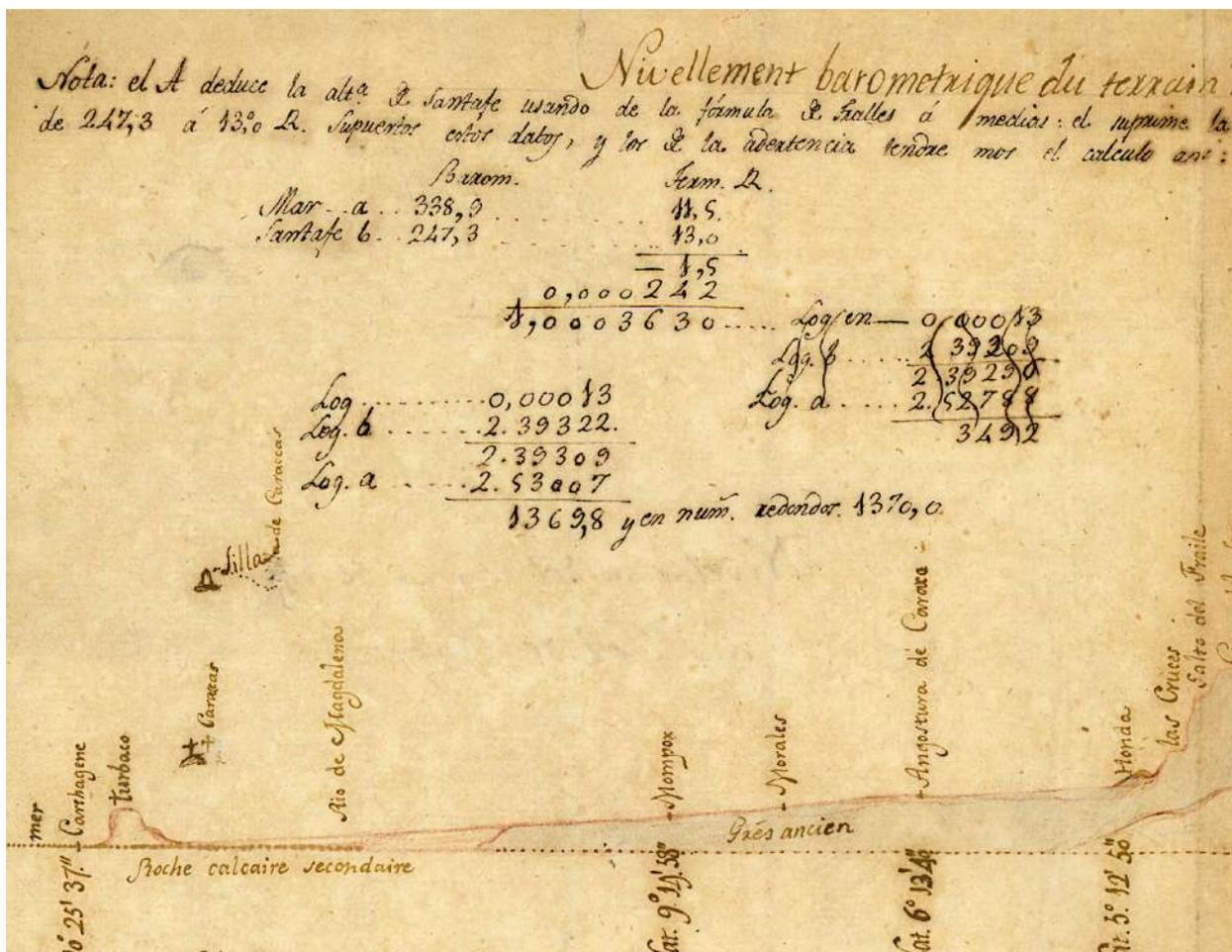


Figura 2: Fragmento del *Nivellement barométrique du terrain depuis Carthagène à Santa Fe*, con las anotaciones agregadas al ejemplar de la copia por Caldas reconstruyendo el procedimiento de cálculo de la altura de Santa Fe empleado por Humboldt.

En cierto momento, después del recibo de la copia del *Nivellement barométrique*, Caldas se interesó por descifrar las técnicas y procedimientos empleados por Humboldt en sus mediciones de altura, que aparecían resumidos en la siguiente anotación de la copia: “El cálculo [de las alturas mediante el barómetro] ha sido rectificado para la temperatura mediante el método de Trembley”.

Intentando descifrar este procedimiento, escribió la siguiente “nota” inmediatamente debajo del título: “El A[utor] deduce la alt[ur]a de Santafé de la fórmula de Tralles a medias: él suprime la correcc[ió]n  $(1 + \frac{s}{200})$ , y adopta la alt[ur]a media del Baróm[etr]o en Santafé de 247,8 a 13°,0 R[éaumur]. Supuestos estos datos y los de la advertencia tendremos el cálculo así:...” (Figura 2). No es claro el momento en que Caldas hizo esta anotación, pero no fue antes de discutir la cuestión con Humboldt en el primer semestre de 1802.

Siguen cuatro bloques de cálculos agregados en columnas por Caldas, el cuarto de ellos marcado con tachones. En el primer bloque aparecen los datos de las líneas del barómetro a nivel del mar (*a*) y en Santa Fe (*b*); en el segundo bloque se anotan los resultados de una operación a las diferencias de temperaturas en las alturas *a* y *b* (en grados Réaumur); en el tercero se opera sobre la diferencia de los valores de los logaritmos de estas alturas, tomados de una tabla con cinco cifras significativas. Dicha diferencia, afectada por cierto factor, le permite Caldas obtener el valor de 1369,8 toesas que, “redondeado” a las 1370 toesas, corresponde a la altura *a* de Santafé establecida antes por el “autor”, es decir Humboldt. (Ver figura 2 con la ampliación de la pieza 45 tomada de Amaya y Suárez (2018, p. 59).

La anterior información no es suficiente para identificar la “fórmula de Tralles a medias” que sugiere Caldas haber utilizado en este cálculo, como tampoco podemos apreciar el efecto en el resultado después de eliminar el factor de corrección mencionado y, mucho más importante, reconocer la relación de Tralles con la “fórmula de Trembley rectificada por temperatura” que fue utilizada por Humboldt, como aparece en la anotación en la copia del perfil. El nombre de Johann Georg Tralles (1763-1822) va a ser determinante en el avance hacia niveles superiores de observaciones barométricas y medidas trigonométricas de los Andes, como veremos en adelante. Él aparece relacionado con la fórmula de Trembley que, hasta la aparición de la fórmula de Laplace, era el patrón de referencia en este tipo de operaciones en Europa y en la Nueva Granada. Basta recordar lo que escribe Humboldt en su descripción de la medida barométrica de la altura del piso de la iglesia de Guadalupe: Humboldt dice: “Yo encontré, por el método de Tralles y Trembley, una altura del piso de la iglesia de Guadalupe, de 1706,9 toesas sobre el nivel del mar. (Humboldt, 1982, en Viaje al cerro de Guadalupe cerca de Santa Fe, p. 88). Esta medida fue realizada el 25 de julio y la altura de Guadalupe aparece localizada en la copia del perfil de nivelación barométrica que recibió Caldas. Humboldt aclara también que la suya era diferente a las medidas del mismo cerro hechas por Mutis y Caldas utilizando “el método antiguo” de Pierre Bouguer (1698-1758). Igualmente, en la “Continuación del viaje a Monserrate, cerca de Santa Fe” (Humboldt, 1982, p. 93), Humboldt calcula en compañía de Mutis la altura de Monserrate por “la fórmula de Tralles corregida por temperatura” (1660,4 toesas snm), y constata su diferencia con la altura obtenida antes por Mutis por el “método simple” de Bouguer (Humboldt, 1982, p. 93).

Con el fin de aclarar las diferencias entre las “viejas” y “nuevas” fórmulas utilizadas por Humboldt y Caldas en sus observaciones barométricas de medición de alturas en la Nueva Granada, conviene examinar las transformaciones que sufrieron estos procedimientos de observación y los cálculos de altura reglados por las fórmulas analíticas a finales del siglo XVIII y comienzos del XIX, para lo cual nos valdremos narrativas de la época aparecidas en las tablas barométricas de Bernhard von Lindenau (1780-1854) (Lindenau, 1809, pp. xxiii-xxvi) y el tratado de física de René Just Haüy (1743-1822) (Haüy, 1806, p. 292-295). Veremos que las fórmulas de Shuckburgh, Trembley y Tralles utilizadas en los primeros años en la Nueva Granada por Humboldt y Caldas,

corresponden a variantes de la fórmula general de Deluc, y sus diferencias radican en los valores asignados a ciertos parámetros de corrección de temperatura.

### **Características de las fórmulas barométricas de altura de Deluc, Shuckburgh, Trembley y Tralles**

En términos históricos el origen de las fórmulas barométricas (Lindenau, 1809; Haüy, 1806) se basa *grosso modo* en la interpretación analítica del siguiente principio tomado de la experiencia: cuando las alturas varían en progresión aritmética, las correspondientes densidades de aire varían en progresión geométrica y mantienen una relación directa con la disminución de la columna de mercurio en el barómetro. Entonces si las densidades se expresan en líneas del barómetro y las alturas en toesas, estas alturas resultan ser los logaritmos ordinarios de las primeras.

El procedimiento utilizado inicialmente para medir la altura de una montaña bajo este principio seguía estos pasos: En primer lugar, se fijaba el número de líneas que marcaba el barómetro tanto en el punto más bajo  $h$  como en el punto más alto  $H$ . Luego se buscaba en una tabla de logaritmos los valores correspondientes. La diferencia entre estos valores, multiplicada por una constante de uniformidad, daba la distancia entre las dos estaciones, es decir, la altura buscada. Tal constante se determinaba por ensayo y error, al igualar la altura obtenida por la fórmula logarítmica con los datos más confiables calculados por medio del método trigonométrico de triangulaciones. Este era el procedimiento empleado por Bouguer en sus observaciones barométricas en el Ecuador, utilizando una fórmula que tenía la siguiente forma simple:

$$\text{Altura en toesas} = 9667 \log \frac{h}{H}.$$

Deluc también empleó esta fórmula simple al inicio de sus experiencias en los Alpes, tomando un valor de la constante aproximadamente igual a 10000. Sin embargo, luego introdujo correcciones a la fórmula a partir de numerosas experiencias sobre los efectos de la temperatura en la dilatación del aire y el mercurio en el instrumento. La primera corrección respondía a la observación de que la temperatura del aire no es uniforme, sino que disminuye con el aumento de la altura y afecta la observación barométrica en las dos estaciones. La segunda corrección tenía en cuenta el efecto termométrico producido por esta misma variación de temperatura en el instrumento, la cual se traduce en un cambio en la altura de la columna de mercurio dentro del barómetro. Estas correcciones condujeron a Deluc a la siguiente fórmula general:

$$x = 1000 \left( 1 + \frac{t + t' - Q}{m} \right) \log \frac{h + (T - 10) \frac{h}{n}}{H + (T' - 10) \frac{H}{n}},$$

en donde  $h$  y  $H$  son las alturas barométricas en las dos estaciones en pulgadas y líneas,  $T$  y  $T'$  las temperaturas del mercurio que marcan los termómetros empotrados en los barómetros en grados Réaumur,  $t$  y  $t'$  las temperaturas del aire, y  $x$  la altura relativa en toesas.  $Q$  designa la temperatura en grados Réaumur para la cual la corrección por la dilatación del aire se convierte en cero,  $m$  es el crecimiento de un volumen de aire por un grado de temperatura, y  $n$  es la dilatación o condensación del mercurio en el barómetro por cada grado de temperatura. Estos parámetros de

corrección de temperatura se determinan por medio de experiencias directas, o por comparación de las medidas barométricas con las nivelaciones geométricas. Deluc obtuvo los siguientes valores para estos parámetros:  $Q = 16^\circ, 75$ ,  $m = 215$ ,  $n = 4320$ , los cuales dan lugar a la siguiente versión particular de la anterior fórmula general:

$$x = 10000 \left( 1 + \frac{\frac{t+t'}{2} - 16^\circ,75}{215} \right) \log \frac{h + (T - 10) \frac{h}{4320}}{H + (T' - 10) \frac{H}{4320}}.$$

En la aplicación de la fórmula de Deluc que hicieron posteriormente distintos autores como Shuckburgh y Trembley, obtuvieron variantes de la misma que resultaban de asignarle valores más precisos a los parámetros  $Q$ ,  $m$  y  $n$ . La variante de Shuckburgh a la fórmula de Deluc, es la siguiente (Lindenau, 1809, p. xxvi):

$$x = 10000 \left( 1 + \frac{\frac{t+t'}{2} - 11^\circ,7}{195} \right) \log \frac{h}{H} \left( 1 - \frac{D}{4384} \right),$$

en donde  $D$  designa la diferencia de temperaturas del mercurio en ambas estaciones.

La variante de Trembley es presentada por Lindenau (1809, p. xxvii) en los siguientes términos: “sintetizando las mejores observaciones barométricas realizadas hasta entonces por Shuckburgh, Deluc, Roy, Lacaille, etc., etc., Trembley dedujo una fórmula muy exacta utilizada generalmente por todos los físicos, hasta el momento en que Laplace y Louis Ramond de Carbonnières (1755-1827) se reunieron para darle el más alto grado de perfección a la parte teórica y práctica de esta ciencia”. Esta es la fórmula de Trembley:

$$x = 10000 \left( 1 + \frac{\frac{t+t'}{2} - 11^\circ,5}{215} \right) \log \frac{h}{H} \left( 1 - \frac{D}{4320} \right).$$

Como hemos observado, los distintos valores asignados a los parámetros  $Q$ ,  $m$  y  $n$  de corrección de temperatura, establecían las diferencias entre las distintas fórmulas barométricas. La búsqueda de precisión al asignarle valores concretos a estos parámetros, se fundamentaba en experiencias cada vez más rigurosas en el uso de los instrumentos y en la exactitud de las medidas. Un testimonio autorizado para el caso de la fórmula de Trembley se encuentra en Haüy (Haüy, 1806, p. 297): “Trembley, entre otros físicos, reconoció que el método de Deluc conducía, en general, a alturas defectuosas y se propusieron rectificar los datos que él empleaba, corrigiendo el efecto de la temperatura sobre la columna del barómetro”.

Este ideal de exactitud se traducía, en la práctica, en comparar los resultados de las observaciones barométricas con los obtenidos por las correspondientes operaciones geométricas y trigonométricas. Aunque la ejecución de medidas trigonométricas representaba grandes dificultades por el tiempo que tomaban las experiencias, el instrumental empleado (costoso y delicado de transportar) y las características orográficas del terreno (sobre todo en los Andes), sus

resultados en medición de alturas eran generalmente más exactos que aquellos más prácticos y expeditos obtenidos por el barómetro (Lindenau, 1809, pp. xvii-xix). Lo mismo opinaba Humboldt para quien todas las operaciones eran a la vez barométricas y trigonométricas, como el mismo lo había comprobado en sus mediciones de altura en los Andes (Humboldt, 1810, p. 373): “Las medidas barométricas, hechas en un viaje rápido sobre la pendiente de la cordillera de los Andes, y en el interior de México, pueden ofrecer algún interés al geógrafo, al físico y sobre todo al geólogo; pero no son adecuadas para verificar la conveniencia [*bonté*] de una fórmula o la precisión de los coeficientes determinados en la Europa civilizada con extremo cuidado y mediante instrumentos de perfecta ejecución. Para emprender esta verificación se hacía necesario estar seguro de la exactitud de las medidas trigonométricas y barométricas mediante la comparación de sus resultados”.

Uno de los geofísicos y exploradores más reputados por la exactitud y refinamiento de sus experiencias en medidas baro-trigonométricas en los Alpes, era Tralles (Danson, 2006, pp. 224-226) (Cajori, 1921, pp. 117-118). En sus trabajos de triangulación para determinar la altura de las montañas en los alrededores de Berna, Tralles examinó las condiciones en que se aplican las fórmulas barométricas de Shuckburgh y Trembley -en particular con respecto a las variaciones de temperatura del aire y de la columna de mercurio-, y propuso algunas correcciones a tales fórmulas teniendo en cuenta sus experiencias de adecuación y manejo del barómetro en el contexto geográfico local (Tralles, 1790; pp. 67 y 150-151).

### **Humboldt y Caldas aplican el “método de Trembley modificado por Tralles” en sus mediciones barométricas de altura**

Hasta el momento no disponemos de una expresión analítica atribuible a Tralles, que corresponda a su variante de la fórmula de Trembley en cuanto incorpora sus correcciones a los valores de los coeficientes de temperatura  $Q$ ,  $m$  y  $n$ . En ausencia de ello no podemos validar los testimonios que nos dejaron Humboldt y Caldas sobre su uso en la Nueva Granada, sino de manera indirecta, es decir, revisando los datos disponibles sobre sus actividades empíricas y procedimientos de medición asociados con los términos y conceptos involucrados en la fórmula de Trembley. Por ejemplo, si hemos de creer en la veracidad de la anotación a la derecha de la copia del *Nivellement barométrique* (Figura 1), en donde se registra que Humboldt utilizó el método (fórmula) de Trembley con rectificación de temperatura, estamos autorizados a suponer que en su práctica de medición Humboldt parece conocer, sabe calcular con ellos y emplea corrientemente, los valores asignados por Tralles a los parámetros  $Q$ ,  $m$  y  $n$ , correspondientes a las correcciones de temperatura en el termómetro y el barómetro. Cuando Caldas escribe en su anotación a la copia (Figura 2) que Humboldt solo aplica la fórmula de Tralles “a medias”, ya que no tiene en cuenta el “coeficiente  $(1 + \frac{s}{200})$ ”, quiere decir que Humboldt, en su práctica de nivelación barométrica de Cartagena a Bogotá, no rectifica el cálculo de la altura con la expresión anterior que contiene la diferencia  $s$  de las temperaturas del mercurio en el barómetro en cada lugar.

Por el contrario, en la relación de sus exploraciones a la región de Cuenca entre agosto y octubre de 1804, es posible evidenciar el empleo por parte de Caldas de la fórmula de Tralles incluyendo el coeficiente antes mencionado. (Acosta, 1849, en: “Viaje al corazón de Barnuevo”, pp. 491-492) (Caldas, 1966, pp. 486-488). Recordemos que Cuenca fue el centro de la expedición de Charles Marie de La Condamine (1701-1774) y que, en ese contexto más que en otros, las actividades

geofísicas y cartográficas de Caldas adquirirían una significación especial, en particular dada la pulsión de rigor y exactitud que ya entonces movía su práctica tanto en la instrumentación, como en la observación, en los cálculos barométricos, de altitud, posición geográfica, declinación de la aguja, etc., y en su aplicación en el trazado de las representaciones del relieve de los Andes. En la descripción de sus mediciones de la altura de Cuenca empieza por señalar la diferencia de los datos anteriormente obtenidos por La Condamine (1350 toesas) y Jorge Juan y Santacilia (1713-1773) (1402 toesas), la cual se atribuye a “la imperfección de las fórmulas de aquella época”. Aunque en su momento no puede ufanarse de que esta sea la fórmula perfecta, no obstante afirma que “nosotros usaremos la del Sr. Tralles y tomaremos otras precauciones que vamos a manifestar”. Entre estas precauciones destaca un “método más exacto [que] todos los anteriores” para obtener el promedio de las fluctuaciones horarias de la altura del mercurio en el barómetro en determinado lugar y en un mismo día. Con el valor promedio así obtenido de la altura del barómetro en Cuenca (250,5 líneas) y reemplazando los demás datos en la fórmula, Caldas determinó un primer valor de la altura de Cuenca correspondiente a 1277 toesas.

El método que organiza lo que Caldas llama su “teoría del barómetro”, consiste en seguir un orden preciso y bien determinado al “tomar muchas medidas deducidas de cada período diurno y nocturno, verificadas en tiempos y estaciones diferentes” (Acosta, 1849, pp. 488-489). Con este método, dice Caldas, se corrigen los errores habituales que resultan al “tomar indistintamente alturas barométricas, sumarlas, [y] partir la suma por el número de las observaciones”. Ahora bien, ¿cómo se relaciona este método empírico para encontrar un valor promedio de la altura del mercurio en el barómetro en un lugar, con la fórmula barométrica de Tralles que Caldas asegura estar aplicando? En la relación de Cuenca arriba mencionada (Caldas, 1966, p. 489) hay una tabla con las observaciones correspondientes a las fluctuaciones barométricas del día 26 de septiembre de 1804, con una columna de las variaciones de la temperatura en grados Réaumur. Sin embargo, Caldas sabe que la temperatura depende de otros factores ambientales, y advierte que para que un valor promedio merezca confianza, “es necesario tomar muchas alturas medianas periódicas en tiempos secos, húmedos, de calor, con viento, con todas las estaciones posibles de la atmósfera, y en fin, es necesario tomarlas con discreción, no acumulando un número excesivo de unas sobre unos cortos de las otras” (Caldas, 1966, p. 490).

No parece arbitrario asociar un criterio basado en la experiencia local y que busca la objetividad de la medida a través de un procedimiento al mismo tiempo uniforme, sobrio y universal, con la función que cumplen los parámetros  $Q$ ,  $m$  y  $n$  en la versión de Tralles de la fórmula general de Deluc. El procedimiento de Caldas para corregir por medio de la experiencia la “altura media del barómetro” y adecuarla a los efectos ambientales, se puede interpretar como la función de corregir la temperatura del barómetro que le asigna la fórmula a  $Q$ ,  $m$  y  $n$ . Por lo demás, a través de sus trabajos de reconocimiento de la naturaleza y función de la fórmula y de su aplicación en la Nueva Granada, es bien posible que alguien impregnado de un profundo “sentimiento telúrico” como Caldas (Arboleda, 2019, p. 86) se formara la idea que al estar los valores de  $Q$ ,  $m$  y  $n$  determinados por la experiencia, cabía preguntarse por su corrección en las condiciones locales.

Es decir, a Caldas se le planteaba entonces el problema de establecer la diferencia entre lo que hoy llamaríamos el contexto de producción de la fórmula en Europa, y el contexto de su apropiación en los Andes. En la carta del 8 de agosto de 1802 en la cual Caldas informa a Mutis sobre sus operaciones baro-trigonométricas de determinación de altura en las inmediaciones de Ibarra,

escribe que está examinando “[si] las fórmulas de [Shuckburgh] y Tralles convienen también en la zona tórrida y grandes elevaciones, [tanto] como en la zona templada y a medianas alturas. Yo creo que aún no se ha pensado en sujetarlas a este examen bajo la línea” (Caldas, 1978, p. 194). En un momento en que Humboldt ha partido de la Nueva Granada, el erudito en soledad que es Caldas (Arboleda, 2018, p. 85) no está todavía en condiciones de confirmar esta intuición por sus propios medios: “Yo siento no tener a mano una obra de estos sabios para dirigir mis operaciones” (*Ibid*, p. 194). Como se ha visto, el propósito de adecuar la fórmula sólo se materializaría después de dos años de nuevas lecturas y numerosas operaciones geofísicas y cartográficas en los Andes de la provincia de Quito.

En la relación de Cuenca aparece detallado el procedimiento que siguió Caldas para determinar la altura de la ciudad en 1277 toesas sobre el nivel del mar (Caldas, Obras, pp. 486-487). Las variables y datos del problema, la organización en bloques de las operaciones aritméticas y logarítmicas, el algoritmo que ordena los pasos del cálculo de la altura (los términos de la fórmula), son similares a las anotaciones de Caldas en la copia del *Nivellement barométrique*, con la cual se proponía reconstruir el procedimiento de Humboldt para obtener la altura de Santa Fe. Pero ahora, dos años después, es posible identificar una novedad en la relación de Cuenca: uno de los pasos o términos del procedimiento operatorio parece corresponder al cálculo del “coeficiente  $(1 + \frac{s}{200})$ ”. En efecto, en el penúltimo bloque Caldas asume de manera implícita el valor de  $s$  como la diferencia entre las temperaturas del mercurio en ambos lugares, en Cuenca y a nivel del mar. Es decir, en septiembre de 1804 Caldas aparentemente sabe aplicar toda la expresión de la fórmula de Tralles, mientras que en el primer semestre de 1802, solo la aplicaba “a medias”.

Mencionemos a este respecto que en su “Memoria sobre la nivelación de las plantas que se cultivan en la vecindad del Ecuador”, enviada a Mutis el 6 de abril de 1803 junto con la respectiva lámina con el perfil desde Santa Fe a Quito, Caldas reconoce que fue Humboldt quien le proporcionó la fórmula de Tralles, y explica cómo ha procedido en sus observaciones barométricas, en su aplicación al cálculo de alturas y en su representación en el plano de coordenadas. Ver la Memoria en Gómez Gutiérrez (2018, tomo II, pp. 264-285). También admite que “[bien] pudiera haber calculado directamente la elevación de cada punto sobre el mar, valiéndome de la reciente determinación de altura del mercurio en las costas del Pacífico por Humboldt y de la fórmula perfeccionada por Tralles, de que usa este sabio, y que debo a su bondad; pero he preferido otro camino, que reúne la exactitud suficiente en estas materias a la facilidad... Me he servido para [el cálculo de altura de Quito] de la fórmula simplísima de Bouguer, que da una precisión superior a la que se necesita” (Gómez Gutiérrez, 2018, p. 272).

### **Humboldt y Caldas emplean métodos barométricos y trigonométricos en el levantamiento de los primeros perfiles de los Andes**

Retornemos a la carta a Mutis del 8 de agosto de 1802 para comprobar que Caldas utilizaba ya operaciones trigonométricas para verificar las alturas de los lugares calculados antes por procedimientos barométricos y en regla con la fórmula de Tralles (Caldas, 1978, p. 194): “Actualmente me ocupo en medir una base en las inmediaciones de Ibarra con más miras; la primera es determinar geoméricamente la altura perpendicular de varios puntos en las faldas de Imbabura [...] La segunda mira con mi base, es un plano geométrico de estos países”. De la primera actividad nos quedó la magnífica vista de Ibarra (Figura 3) dibujada en septiembre de

1802, en la cual resalta la base de 795 toesas (1549,96 metros) que le sirvió de fundamento para levantar el perfil de las nivelaciones baro-trigonométricas. Aunque Caldas menciona en la misma carta a Tralles, no hay evidencia de que haya conocido en sus características distintivas, ya no solamente la expresión analítica de su fórmula barométrica, sino el afamado método de trigonometrizar largos territorios y levantar sus perfiles.

Por su parte, el concepto de “plano geométrico de estos países” puede referirse a la técnica de cuadrículas que utilizó en el levantamiento de los planos topográficos de Ibarra (1801) y otras ciudades (Amaya y Suárez, 2018, p. 85, láminas 62, 63 y 64). Pero parece más pertinente asociarlo con la madurez de su enfoque de matematización de la naturaleza. El concepto antes mencionado designa los procedimientos y técnicas empleados por Caldas para representar con la mayor precisión y exactitud sobre un plano de coordenadas cartesianas, las alturas y otros datos e informaciones astronómicas, geográficas, botánicas, etc., que se pueden observar en sus perfiles.

Los resultados de esta actividad han sido publicados en varias obras. En una de las más recientes, el catálogo de Amaya y Suárez (2018), se destaca hasta qué punto la técnica del entramado geométrico le permitió a Caldas representar los resultados de sus trabajos geofísicos, astronómicos, fitogeográficos y cartográficos, obtenidos inicialmente entre 1796 y 1802, y en la nivelación de los perfiles de los Andes de los años siguientes. En la pieza 44 (Amaya y Suárez, 2018, p. 57) el entramado soporta la nivelación de plantas en la montaña de Imbabura; en la espléndida serie de cuatro perfiles que componen la pieza 46 (Amaya y Suárez, 2018, pp. 60-61), las coordenadas son la base de la “nivelación de algunas plantas que cultivamos en las cercanías del Ecuador”; en fin, en las cuadrículas con las vistas en miniatura del perfil de los Andes representado en la pieza 55, el plano geométrico es un esbozo en tres dimensiones de la impactante serie iluminada de la pieza 56, con la vista de los Andes de Loja a Quito (Amaya y Suárez, 2018, p. 78).

La relación entre los trabajos de Caldas y Humboldt sobre los perfiles de los Andes ha sido objeto de nuevas interpretaciones en publicaciones recientes (Gómez Gutiérrez, 2019; Valencia, 2019). Pero hay que ahondar en mayores evidencias de fue propiamente en su encuentro y exploraciones del primer semestre de 1802 junto a Humboldt, que Caldas desarrolló competencias en las modernas fórmulas barométricas y métodos trigonométricos de altura, que reemplazaron (o se combinaron) con el “método antiguo” de Bouguer. Ello nos ayudaría a comprender mejor cómo se formaron las competencias matemáticas que le permitieron a Caldas, junto con su amplio conocimiento del territorio, trazar las elaboradas nivelaciones fitogeográficas de montañas y largos trayectos que todos admiramos. Humboldt, por su parte, dejó numerosos testimonios en sus *Diarios de España y América*, que actualizó y sistematizó años más tarde en Europa en publicaciones como el *Recueil d'observations astronomiques*, sobre las técnicas y procedimientos geofísicos empleados por él en el levantamiento de perfiles de montañas y largos trayectos en España, México y Nueva Granada, a partir de sus observaciones barométricas, astronómicas y trigonométricas (Ruíz Morales, 2012). Como el nombre de Tralles ha sido ya mencionado en conexión con este asunto, es oportuno presentar en seguida nuevos elementos de información que relacionan a Humboldt con este personaje, especialmente con su actividad de cálculo y trazado de *perfiles* de montañas en Suiza.

Al inicio de sus actividades como geofísico en la determinación de alturas de montañas por triangulación en el cantón de Berna en 1790, Tralles había realizado el levantamiento de un *Plano*

de triángulos con vistas a las montañas (Figura 3), en el cual precisa de la siguiente manera el sentido en el cual ha tomado el término “perfil” (Cavelti Hammer, 2002; pp. 76-78): “El perfil de las montañas se ha dibujado como si todas ellas estuvieran en línea con la del Wetterhorn y el Alt-Eis, de modo que ninguna perspectiva [sic] tenga influencia alguna, y la altura de cada montaña sea la verdadera [en pies *-fuss-* sobre el nivel del mar]. La línea de fondo es la superficie del mar, la segunda es la altura del lago Thun, y la línea punteada el límite de la nieve perpetua. Todos los datos de la carta corresponden al mismo instrumento de medida”.

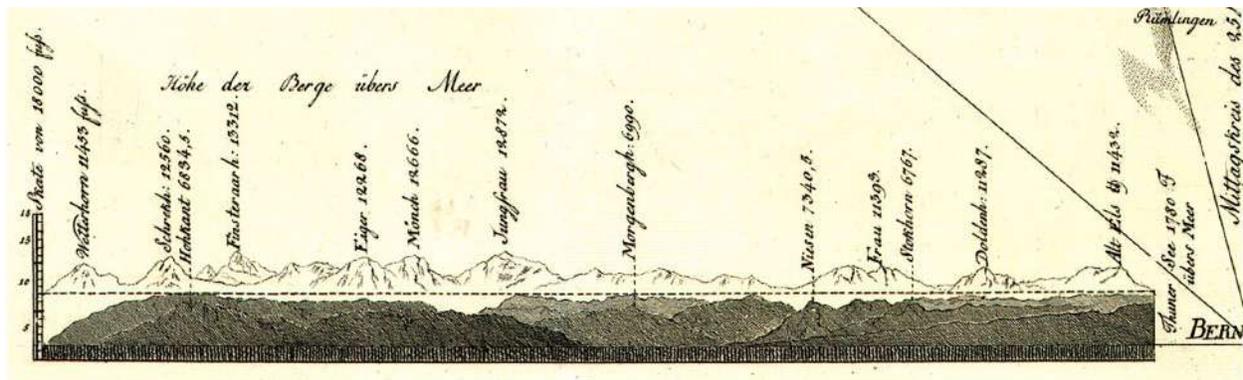


Figura 3: Cadena de los Alpes vista desde los alrededores de Berna, 1790, por Johann Georg Tralles, Museo Alpino Suizo de Berna. Lámina publicada originalmente en (Tralles, 1790). Reproducida de (Cavelti Hammer, 2002, p. 76).

Humboldt que estaba obviamente al tanto de vistas y perfiles de cordilleras de los Andes como los que había levantado Bouguer en la expedición al Ecuador, se manifiesta impresionado por las técnicas empleadas por Tralles en sus perfiles de montañas de Suiza, de una factura evidentemente superior. En *Vue des cordillères* reconoce, primero, que los de Tralles tienen características similares a los que él levantó en las cordilleras de los Andes y, segundo, que aquel los había hecho con el “recurso de instrumentos geodésicos para medir ángulos muy pequeños [que le permitían] determinar los contornos con gran precisión”. (Humboldt, 1810, pp. 41-42). Humboldt encuentra que un reciente perfil de Tralles de la cadena de los Alpes tomado desde el lago Neuchâtel “es tan exacto que si se conoce la distancia de cada cima es posible encontrar su altura relativa solo empleando en el cálculo la simple medida del contorno del dibujo”. (Humboldt, 1810, p. 42).

Como ya se ha explicado, en distintos momentos de su viaje en los Andes Humboldt se refiere a la fórmula barométrica de Tralles. Pero nos interesa destacar la mención que hace del alemán en relación con su medida trigonométrica del volcán nevado del Tolima, una altura que se representaba como la más espléndida y deslumbrante montaña de los Andes en la Nueva Granada (2.882 toesas desde Ibagué), pero que también llamaba su atención por su ubicación estratégica, ya que le servía como referente para calcular otras alturas y para trazar un perfil de los nevados de la cordillera central. Ver el croquis de Humboldt del perfil de los nevados del Tolima, Ruíz y Herveo (Gómez Gutiérrez, 2018, tomo III, pp. 126-127).

En su *Diario* del 21 de septiembre de 1801, Humboldt narra cómo tuvo que superar varios contratiempos y las difíciles condiciones del terreno hasta acceder a una zona próxima al Tolima, el Valle de Carvajal, desde donde aplicar el método de Tralles de nivelación trigonométrica ya que era imposible subir a la ladera para “hacer una operación geodésica”. En el “Croquis y medición

del volcán nevado del Tolima”, que publicó Gómez Gutiérrez (2018, tomo III, p. 131), Humboldt escribe: “En el valle mismo en donde yo lo medí, tuve que vencer grandes dificultades para la nivelación. Sin embargo, me preció de que la operación fue bien ejecutada. Los ángulos tienen una certeza de más de 8', creo que cerca de 5''. La Nivelación fue hecha con un pequeño telescopio [*lunette d'épreuve*] apuntando al horizonte, pero la base, he allí la dificultad..., no pudo medirse como la de Lieusaint o la de Tralles, solo con una cadena de Le Noir, pero [al menos] con cuidado...El terreno, por sus desigualdades, solo permitió tomar los ángulos en la dirección de la misma cima.”

Anotemos que Humboldt se refiere aquí a la experiencia de haber estado en compañía de Jean-Baptiste Delambre (1749-1822) en Lieusaint, población en las cercanías de París, en donde finalizaron los trabajos geodésicos y astronómicos de medición del tramo del meridiano entre Dunkerque y Barcelona. (Ver los eventos del día 2 de junio de 1798 en la cronología, edición digital de Humboldt, en: <https://edition-humboldt.de/chronologie/detail.xql?id=H0006116&l=de>). Por su parte, Tralles fue miembro de la comisión encargada de revisar y conceptuar sobre la exactitud de estos trabajos que fueron la base para el establecimiento del Sistema Métrico Decimal en 1799. (Bigourdan, 1901, p. 149). Recordemos además que Tralles y Borda calibraron sus instrumentos en París antes de la salida para España en este último año, y le dieron a Humboldt (sobre todo Tralles) valiosas instrucciones sobre su uso más adecuado en condiciones extremas de observación (Humboldt, 1810, p. iij).

Aquello que probablemente Humboldt lamenta en la cita anterior, es no haber podido replicar en el Tolima con todo el rigor esperado, la experiencia de Tralles de 1791 en los Alpes. En efecto, en esta ocasión Tralles trazó una línea de base de 40000 pies (12192 metros) de longitud utilizando una cadena de acero de Ramsden, y después de superar ingentes dificultades para manipular sobre el terreno el telescopio del teodolito, pudo obtener con suficiente precisión la medida de los ángulos y fijar las posiciones lejanas de las señales. El penoso procedimiento de Tralles en Suiza descrito en Cajori (1921, pp. 117-118), permite comprender mejor la narrativa de Humboldt sobre su medición de la altitud del Tolima. El dato tomado por Humboldt *in situ* (sin tener en cuenta las variaciones correspondientes a los cambios en la capa de nieve) fue años después rectificado por Oltmanns aplicando la fórmula estándar de Laplace. Esta altura correspondía a 2865 toesas, distinta a las 2882 toesas que Caldas calcularía para el Tolima años después de Humboldt, no sobre el terreno sino desde el Observatorio en Santa Fe. Esta experiencia de medición nos permite aclarar las distintas circunstancias en las cuales Humboldt y Caldas se apropiaron de la fórmula barométrica de Laplace para la medida de altitudes en la Nueva Granada. Es tiempo de detenernos en esta fórmula que antes se ha mencionado en numerosas ocasiones.

### **La fórmula barométrica estándar de Laplace y la versión particular de Ramond**

Al examinar en los párrafos anteriores la fórmula de Trembley -y, por extensión, la de Tralles-, hemos mostrado que se trataba de una variante de la fórmula de Deluc, introducida esencialmente con el propósito de rectificar los datos concernientes al efecto de la temperatura sobre la columna del barómetro. Estas y otras variantes de la fórmula de Deluc trataban de acomodarla a las circunstancias particulares del contexto de las observaciones barométricas. Este enfoque de rectificaciones experimentales sucesivas contrariaba el canon de rigor dominante en las ciencias físico matemáticas de fines de siglo, particularmente en cuanto a reducir la explicación y

cuantificación de los fenómenos de la naturaleza a fórmulas universales. El enfoque analítico dirigido a capturar el principio del fenómeno en una expresión matemática clara y simple, tenía su contra parte de síntesis en la elaboración de tablas con datos incontrovertibles. La función de tales tablas era facilitar cálculos de cierta complejidad, en los cuales intervenían operaciones que involucraban varias variables y otros parámetros, como era el caso de las fórmulas barométricas para la determinación de alturas.

Esta situación se constata en el proceso seguido por Oltmanns en la elaboración de sus tablas hipsométricas y que él describe al inicio del artículo del *Recueil* sobre la nivelación barométrica (Humboldt y Oltmanns, 1810, p. 355). Oltmanns observa que Shuckburgh había sido uno de los primeros en elaborar tales tablas con base en la fórmula barométrica de Deluc. También menciona las tablas de Biot, pero la exigencia de consultar otras tablas para poder realizar sus largas interpolaciones hacía su uso embarazoso. Esta situación cambió con la aparición de la fórmula de Laplace, la cual se constituyó en un referente seguro y práctico para elaborar tales tablas. Oltmanns manifiesta que con este recurso en sus manos, los viajeros interesados en observaciones barométricas podrán “manejar las cifras, no sacrificar para nada la exactitud, y facilitar el cálculo; tres condiciones difíciles de reunir”. Él mismo se ufana del enorme trabajo que tuvo que realizar para elaborar las tablas de nivelaciones barométricas, revisando y calculando la información que trajo Humboldt de América y la demás recolectada a su regreso en Europa a la luz de la fórmula de Laplace: “el gran número de medidas barométricas contenidas en los *Diarios* de Humboldt fueron calculadas por esta fórmula de Laplace, la cual debe considerarse como la más exacta de todas” (Humboldt y Oltmanns, 1810, p. 355). Esta opinión sobre la transformación radical que conllevaba la introducción de la fórmula de Laplace en las operaciones barométricas era largamente compartida a finales de la primera década del siglo. Lindenau afirma lo siguiente en la Introducción a sus famosas tablas barométricas al referirse a las limitaciones de las formulas anteriores: “El autor de la *Mecanique céleste* acaba de dar a la teoría de las medidas barométricas, toda la exactitud y simplicidad que cabe esperar... Todas las correcciones que hemos indicado se encuentran reunidas en esta expresión, de manera que ella debe considerarse como la más completa actualmente disponible” (Lindenau, 1809; p. xxix).

La expresión analítica de la fórmula de Laplace a la cual se refieren Oltmanns y Lindenau es la siguiente (Humboldt y Oltmanns, 1810, p. 283; Laplace, 1805, p. 292):

$$r = 18336m \cdot (1 + 0,002845 \cdot \cos 2\Psi) \left(1 + \frac{2(t+t')}{1000}\right) \left[\left(1 + \frac{r}{a}\right) \log \frac{h}{h'} + \frac{r}{a} \cdot 0,868589\right], \quad (1)$$

en donde  $r$  es la diferencia de las alturas entre dos sitios,  $\Psi$  la latitud del lugar,  $t$  y  $t'$  las temperaturas indicadas por dos termómetros libres,  $h$  la altura del barómetro en el sitio más caliente,  $h'$  la altura del más frío corregida del efecto de la temperatura, y  $a$  el radio del globo terrestre. Esta fórmula fue rápidamente considerada como más completa que las anteriores, pues incluía tanto las temperaturas del mercurio y del aire, como la latitud geográfica y la disminución de la gravedad. Había sido validada y mejorada, en particular, por Ramond, uno de los más esmerados calculistas de la época. Ramond consideró las indicaciones generales de la fórmula esbozadas por Laplace en su *Exposition du système du monde* de 1796 (Laplace, 1808, p. 12s), y las sometió a un minucioso examen teórico y práctico en sus ascensos al Pic du Midi de Bigorre, con lo cual pudo perfeccionar el coeficiente de 18336 metros y el factor 0,868589 que rectifica la

disminución de la gravedad por el efecto de la latitud en el sentido vertical, cuando se va de los polos al Ecuador (Ramond, 1811, Préface, p. v).

La fórmula de Laplace fue publicada en el libro X, volumen IV de la *Mécanique céleste*, que trata sobre diferentes asuntos del Sistema del Mundo, y aparece integrada al capítulo IV sobre la medida de las alturas por el barómetro (Laplace, 1805, p. 292). Un año después de su publicación original, Haüy le dio un lugar preponderante a la fórmula en su *Traité*, como parte de la presentación pedagógica del tema de la medida de alturas por el barómetro. Recordemos que el propósito del *Traité* era asegurar una enseñanza actualizada de la física en todos los liceos de Francia (Haüy, 1806, pp. 292-304). Como información importante en el estudio que haremos luego sobre la significación de este texto en la apropiación de la fórmula de Laplace por parte de Caldas en Santa Fe, conviene anotar que Haüy hace un estudio completo que incluye: las diferencias de la fórmula (1) con el resto de fórmulas barométricas (en particular de Deluc, Shuckburgh y Trembley), su desarrollo algebraico (el cual aparece en la nota 1 de la página 307), la referencia de su ubicación exacta en la *Mécanique* de Laplace, y la explicación sobre cómo aplicar el método en la medida de altitudes por el barómetro.

Antes de explicar la fórmula (1), Haüy hace una presentación igualmente cuidadosa de un caso particular, aclarando que si bien no conlleva la precisión de (1) porque no incluye correcciones de la variación de altura por efecto de la gravedad, “es suficiente para los usos ordinarios” (Haüy, 1806, p. 302). Tal fórmula barométrica ordinaria, validada por Ramond en sus ascensos al Pic du Midi de Bigorre en los Pirineos, es la siguiente (Haüy, 1806, p. 302):

$$r = 18336m \cdot \left(1 + \frac{2(T+t)}{1000}\right) \cdot \log\left(\frac{h}{h' \left(1 + \frac{T'-t'}{5412}\right)}\right), \quad (2)$$

en donde  $h$  es la altura del barómetro en la estación más baja,  $h'$  la altura correspondiente a la estación más elevada, que al mismo tiempo se supone la más fría, con corrección por el efecto de la temperatura;  $T$  la altura del termómetro libre en la estación más caliente,  $t$  la que tiene lugar en la estación más fría,  $T'$  y  $t'$  las alturas que corresponden a las precedentes sobre el termómetro del barómetro, y  $r$  la diferencia de altura entre las dos estaciones.

Haüy reconoce la autoría de Ramond pero no presenta la expresión algebraica de (2), limitándose a explicar el algoritmo con los pasos a seguir en los cálculos de la misma. Es el mismo procedimiento de Ramond (1811), el cual sistematiza y completa su informe previo a la Academia de Ciencias de París el 7 de diciembre de 1804. Ramond explica que llegó a (2) “tratando de encontrar una manera de conciliar la exactitud rigurosa y la brevedad”, en situaciones en que no era posible obtener la altura con exactitud absoluta por dificultades prácticas en la operación, incertidumbres en la observación o imperfección en los instrumentos (Ramond, 1811, p. 25). Para “acelerar y simplificar el cálculo [en tales casos], el procedimiento más expedito es ... no tener en cuenta la disminución de la gravedad en el sentido vertical”. Esta manera de simplificar la fórmula general (1) y reducirla, como hace Ramond en el anexo 1, a un procedimiento operatorio que corresponde a la fórmula (2) se justifica, según Ramond, porque en las alturas de alrededor de 3000 metros el error que ocasiona esta omisión es despreciable, y porque los datos de las observaciones para obtener el coeficiente el 18.393 a estas alturas, según sugiere, ya incorporaban el efecto de la gravedad (Ramond, 1811, p. 25). Para verificar el error, Ramond utiliza los datos

de la observación barométrica de Humboldt en la medición de la altura del Chimborazo por entonces todavía considerada la mayor altura del mundo. El error de cerca de dos metros, se explica por la variación de la altura del barómetro como resultado de las dificultades de ascenso que enfrentó Humboldt (Ramond, 1811, pp. 35-36).

Bourguet ha llamado la atención de una hoja manuscrita con la firma de Ramond titulada “Formule de M. de la Place abrégée pour la tem[perature] centigrade” que se encuentra entre los papeles de Humboldt en Berlín. Ramond explica en esta pieza el procedimiento operatorio para aplicar la versión simplificada (2) de la fórmula barométrica de Laplace, en el caso de la altura de ascensión del globo de Gay Lussac en París. Este documento data de finales de 1804 e informa que Ramond estaba pendiente de recibir las observaciones del Chimborazo que Humboldt le había prometido (Bourguet, 2003, p. 114). En posesión de este procedimiento y con la certeza de que sus medidas barométricas de altura en América servían de base para validar el método de Laplace, Humboldt lo utiliza para reestructurar completamente la versión preliminar de sus observaciones barométricas en los Andes (Humboldt, 1805/1807).

### **La versión de Humboldt de la fórmula barométrica de Laplace en la *Geografía de las plantas***

Lo antes dicho puede ayudar a entender cómo obtuvo Humboldt (o quien lo haya asesorado en esta tarea) la siguiente expresión algebraica que parece interpretar el procedimiento operatorio de Ramond, y que se encuentra en el aparte “Escala barométrica” del “Cuadro físico de las regiones ecuatoriales” del *Essai* (Humboldt, 1805/1807, p. 87): “Sea  $X$  la altura dada en metros,  $H$  la altura del barómetro al nivel del mar,  $T$  la temperatura en el mismo nivel,  $t$  la temperatura correspondiente a la altura  $X$  y  $h$  la altura del barómetro que se pretende hallar para la elevación  $X$ . La fórmula será:

$$\log. m = \frac{X}{18393 \left\{ 1 + \frac{2(T + t)}{1000} \right\}}, \quad (3)$$

y hallado el número  $m$  resultará

$$h = \frac{H}{m \left( \frac{1 + T - t}{5412} \right)}."$$

Humboldt aclara que con esta fórmula se han determinado las variaciones de la columna de mercurio en el barómetro, cuando se asciende en alturas a intervalos de 500 metros desde el nivel del mar hasta los 7500 metros, teniendo en cuenta las correspondientes fluctuaciones en las temperaturas de los lugares. También afirma de manera incorrecta que la expresión (3) corresponde a “la fórmula barométrica que Mr. de la Place ha publicado en su *Mecánica celeste*”. Como se sabe, la fórmula barométrica estándar de Laplace que aparece originalmente en Laplace (1805) corresponde estrictamente a la expresión algebraica (2); mientras que la expresión algebraica (3) aparece originalmente, hasta donde sabemos, solo en el *Essai* (Humboldt, 1805/1807). Definitivamente no aparece en la versión inicial de la *Geografía de las Plantas* publicada por Caldas en el *Semanario del Nuevo Reyno de Granada* (Humboldt, 1809). Solo aparecerá en la edición del *Semanario* de Acosta y Lasserre (1849). Recordemos que Acosta preparó esta edición bajo la supervisión de Humboldt, tomando como referente el texto del *Essai* publicado en París en 1805/1807.

Recordemos también que el manuscrito de la *Geografía de las Plantas* que Caldas publica en el *Semanario* en 1809 fue escrito por Humboldt en Guayaquil en febrero de 1803. Una síntesis de hechos y fechas se encuentra en Gómez Gutiérrez (2019; pp. 16-17). Este manuscrito en francés no podía estar en posesión de la fórmula de Laplace, pues ella solo será publicada en el volumen 4 de la *Mécanique* en 1805. La lectura rápida de alguna carta de Humboldt podría haber inducido dudas a este respecto. El 25 de noviembre de 1802, Humboldt, aún en Lima, informa a Delambre que: “Al cabo de tres años de espera nos llegó (Nov. 22) la *Mécanique céleste* del inmortal la Place. Me sumergí en ella con una avidez sin límites... Examiné la *Mécanique* como un Código precioso del cual solo entiendo aquí y allá algunos términos que aumentan mi impaciencia y que me hacen llorar por mi estupidez” (Knobloch, 2014, p. 33).

En el artículo citado, Knobloch explica las dificultades que enfrentó Humboldt al tratar de descifrar el avanzado lenguaje matemático utilizado por Laplace para fundamentar su “Sistema del Mundo”, y proponer una nueva episteme para la física-matemática a comienzos del siglo XIX. Insistamos que aquello que agradece Humboldt a Delambre en la cita anterior, es el envío de los volúmenes I y II de la *Mécanique*, los únicos publicados hasta 1803. El verdadero descubrimiento del “inmortal Laplace” lo hará Humboldt en Europa, no en América, al entrar en contacto con el círculo de Laplace. Entre los astrónomos, geógrafos, matemáticos y exploradores versados en la nueva episteme, ya hemos mencionado a quienes fueron sus asesores en el perfeccionamiento de sus observaciones barométricas y medidas de altura en América: Tralles, Prony, Lindenau, Ramond y Oltmanns.

### **Caldas descubre y aplica de manera autónoma la fórmula estándar de Laplace en Santa Fe**

Caldas, por su parte, descubre la fórmula de Laplace de manera autónoma y casual, sin que en ello podamos afirmar, como en el caso de las anteriores fórmulas barométricas, que Humboldt haya ejercido alguna influencia. Durante el año 1808 y a comienzos de 1809 Caldas está ocupado en al menos dos tareas relacionadas con el tema que nos ocupa. En primer lugar, la publicación de la *Geografía de las plantas* de Humboldt (1809) en el *Semanario*, que conllevó una revisión a fondo del manuscrito de Guayaquil para presentar en el prefacio y las notas su propia posición con respecto a la caracterización geográfica del prusiano sobre la Nueva Granada. Por lo que se ha dicho, en esta publicación Caldas no halló ninguna de las dos variantes de la fórmula de Laplace. En segundo lugar, Caldas estaba preparando la publicación en el *Semanario* de sus cálculos recientes de la altura del Observatorio astronómico sobre el nivel del mar. La precisión de esta medida era de la mayor importancia en sí misma por tratarse del primer observatorio de América, pero también porque el Observatorio era el referente para la nivelación barométrica de otros lugares, en consecuencia, era el centro del proyecto principal de Caldas y la élite de cartografiar el territorio de la Nueva Granada.

De los dos cálculos que publica Caldas en el *Semanario*, el primero se basa en la fórmula de Trembley corregida por Tralles (Caldas, 1808-1809, n° 30 y n° 32), aquella que había venido empleando en sus observaciones barométricas de altura a lo largo de los últimos años. En la presentación del segundo cálculo (Caldas, 1809, n° 46 y n° 47), Caldas da a entender que por entonces ya sabía de la existencia de la fórmula de Laplace, sin aún disponer de ella: “nosotros suspirábamos por una fórmula tan preciosa [Laplace] y la solicitamos infructuosamente hasta el

arribo de don José María Cabal a esta capital. Este joven estudioso me la presentó en los *Elementos de Física* del señor Haüy, París, 1806.” (Acosta, 1946, p. 428; Arboleda, 2019, pp. 95-96). La presentación que hace Caldas se basa en la fórmula barométrica estándar (1) de Laplace.

Caldas explica el procedimiento operatorio siguiendo escrupulosamente la presentación de Haüy: “este sabio y virtuoso canónigo recogió todos los conocimientos y todos los hechos más recientes sobre el barómetro, y los presenta en su obra con aquella claridad y precisión que caracterizan sus escritos”. (Caldas, 1808-1809, nº 47 (1809), p. 339). Como Haüy, utiliza el lenguaje coloquial y recurre lo menos posible al formalismo algebraico y, por supuesto, no se refiere a la expresión analítica de (1). Ello por dos circunstancias: porque este todavía es el estilo dominante en la presentación de las ideas de la física, como en la presentación de las fórmulas (1) y (2) por Ramond y Haüy. Pero en el caso de Caldas tiene que ver además con un impedimento técnico del contexto local: “Hemos puesto el pormenor del cálculo para que los observadores puedan aplicar esta fórmula a sus operaciones. Sentimos que la imprenta carezca de caracteres algebraicos para poder dar la expresión del célebre Laplace, y reducir todas las ideas de este género de medidas a una sola línea (...)” (Caldas, 1809, nº 47, p. 342). A continuación de esta cita Caldas agrega: “Nos proponemos calcular la altura de los principales pueblos del Reino por este método, e insertarlas en el *Semanario*, si no expira en el próximo diciembre como fundamentalmente lo tememos”. Caldas reconoce que el descubrimiento y apropiación de la fórmula se enfrenta de ahí en adelante a un primer gran reto: corregir por la nueva fórmula de Laplace las medidas barométricas de altura que ha determinado en sus expediciones anteriores por la Nueva Granada. Adoptar este patrón de precisión y exactitud en las mediciones geofísicas se le representa ahora a Caldas como la condición de posibilidad de un mapa idóneo.

La determinación del valor del coeficiente de corrección de las temperaturas en la expresión analítica, “el elemento principal [...] en que han encallado las fórmulas precedentes”, deja de reducirse para Caldas a un mero asunto de cuantificación de la experiencia. Antes vimos que esta fue la manera en que comenzó a adentrarse en el estudio y apropiación de las distintas variantes de la fórmula de Deluc (Shuckburgh, Trembley, Tralles), desde que recibió por primera vez el *Nivellement barométrique* de Humboldt en 1801. Ocho años después, Caldas está preparado para reconocer que el cálculo de este coeficiente en la fórmula estándar de Laplace revela el nuevo concepto de rigor y exactitud de la medida que conlleva la episteme de la física matemática: “[el] coeficiente general establecido por las más exactas y decisivas experiencias, y confirmado o reproducido por la física del modo más satisfactorio” (Caldas, 1809, nº 47, p. 339).

En los albores de la revolución de independencia, Caldas piensa que esta era la nueva física que debería enseñarse por todas partes a través del texto de Haüy, e incluso llega a recomendar su traducción al castellano. Esta recomendación tendría que esperar diecisiete años hasta la constitución de la República, para convertirse en realidad. En efecto, con la reforma del plan de estudios de 1826 en el marco del sistema de educación pública de Francisco de Paula Santander, la enseñanza de la física empezó a impartirse por los tratados de Haüy, Libes y Biot (Cerquera, 2019; pp. 212s y 239).

## Referencias bibliográficas

Acosta, Joaquín y Antoine-Jacques Lasserre (editores). 1849. *Semanario de la Nueva Granada. Miscelanea de ciencias, literatura, artes é industria, publicada por una sociedad de patriotas Granadinos, bajo la dirección de Francisco José de Caldas. Nueva edición corregida, aumentada con varios opúsculos inéditos de F. J. de Caldas. Anotada, y adornada con su retrato y con el cuadro original de la Geografía de las plantas del Barón de Humboldt*. París: Librería Castellana.

Álvarez Polo, Yolima, Carlos Alberto Díez Fonnegra, Asdrúbal Moreno Mosquera e Iván Felipe Suárez (editores). 2019. *Bicentenario Francisco José de Caldas, 1768-1816*. Bogotá: Universidad del Rosario.

Amaya, José Antonio e Iván Felipe Suárez Lozano. 2018. *Ojos en el cielo, pies en la Tierra. Mapas, libros e instrumentos en la vida del Sabio Caldas*. Catálogo de la exposición del 7 de diciembre de 2018 al 24 de febrero de 2019. Bogotá: Museo Nacional de Colombia.

Arboleda, Luis Carlos. 2019. “Caldas, matematización de la naturaleza y sentimiento telúrico”. En Álvarez, Díez, Moreno y Suárez, 2019, p. 81-100.

Bigourdan, Guillaume. 1901. *Le système métrique des pois et mesures. Son établissement et sa propagation graduelle, avec l'histoire des opérations qui ont servi à déterminer le mètre et le kilogramme*. París: Gauthier-Villars.

Bourget, Marie-Nöelle. 2003. “Landscape with numbers. Natural history, travel and instruments in the late eighteenth and early nineteenth centuries”. En Bourget, Licoppe y Sibum, 2003, p. 96-125.

Bourget, Marie-Nöelle, Christian Licoppe y Heinz Otto Sibum. 2003. *Instruments, Travel and Science Itineraries of Precision from the Seventeenth to the Twentieth Century*. Routledge Studies in the History of Science, Technology and Medicine, 16. Londres: Routledge.

Cajori, Florian. 1921. “Swiss Geodesy and the Unites States Coast Survey”. *The Scientific Monthly* 13(2): 117-129.

Caldas, Francisco José de. (editor). 1808-1809. *Semanario del Nuevo Reyno de Granada*. Bogotá: Imprenta de Don Bruno Espinosa de los Monteros. Acceso del 28 de junio de 2019 a <http://babel.banrepcultural.org/cdm/compoundobject/collection/p17054coll26/id/1655/rec/5>

Caldas, Francisco José de. 1966. *Obras Completas de Francisco José de Caldas publicadas por la Universidad nacional de Colombia como homenaje con motivo del sesquicentenario de su muerte, 1816-Octubre 29-1966*. Bogotá: Imprenta Nacional.

Caldas, Francisco José de. 1978. *Cartas de Caldas*. Editado por Alfredo Bateman y Jorge Arias de Greiff. Bogotá: Academia Colombiana de Ciencias Exactas Físicas y Naturales.

Calvetti Hammer, Madlena. 2002. "Geburtsstunde des wissenschaftlichen Alpenpanoramas". *Mensuration, Photogrammétrie, Génie rural*, 100 (2): 76-78.

Cerquera Cuellar, Martha Yaneth. 2019. *La apropiación de la física en los estudios superiores en Colombia: una mirada sobre la enseñanza de la luz, 1780-1826*. Tesis doctoral orientada por Luis Carlos Arboleda. Cali: Universidad del Valle. Acceso del 22 de julio de 2019 a <http://bibliotecadigital.univalle.edu.co:8080/bitstream/10893/13875/1/9405-0525949.pdf>

Danson, Edwin. 2006. *Weighing the world. The Quest to Measure the Earth*. New York: Oxford University Press.

Gómez Gutiérrez, Alberto. 2019. "Sucesivas apreciaciones sobre la obra fitogeográfica de Francisco José de Caldas". En Álvarez, Díez, Moreno y Suárez, 2019, p. 3-24.

Gómez Gutiérrez, Alberto (editor). 2018. *Humboldtiana neogranadina*. 4 tomos más un índice. Bogotá: Universidad de los Andes, Ediciones Uniandes, Colegio de Estudios Superiores de Administración, Pontificia Universidad Javeriana, Universidad del Rosario, Universidad EAFIT, Universidad Externado de Colombia.

Haüy, René Just. 1806. *Traité élémentaire de physique*. Seconde édition revue et considérablement augmentée. Tomo I. Paris: Courcier.

Humboldt, Alexander von y Bonpland, Aimé. 1805 / 1807. *Essai sur la géographie des plantes accompagné d'un tableau physique des régions équinoxiales fondé sur des mesures exécutées depuis le dixième degré de latitude boréale jusqu'au dixième degré de latitude australe, pendant les années 1799, 1800, 1801, 1802 et 1803*. Paris: Schoell.

Humboldt, Alexander von. 1809. "Geografía de las Plantas ó Quadro físico de los Andes Equinoxiales, y de los países vecinos; levantado sobre las observaciones y medidas hechas sobre los mismos lugares desde 1799 hasta 1803, y dedicado, con los sentimientos del más profundo reconocimiento, al ilustre Patriarca de los Botánicos Don Joseph Celestino Mutis. Por Federico Alexandro Barón de Humboldt. Traducido del Frances por D. Jorge Tadeo Lozano, individuo de la Real Expedición Botánica de Santafé de Bogotá: con una prefación, y algunas notas por D. Francisco Joseph de Caldas, individuo de la misma Expedición, Catedrático de Matemáticas del Colegio Real Mayor de Nra. Sra. del Rosario, y encargado del Observatorio Astronómico de esta Capital". *Semanario del Nuevo Reyno de Granada* (13-25), 23 de abril a 25 de junio, 121-184.

Humboldt, Alexander von. 1810. *Vues des cordillères, et monuments des peuples indigènes de l'Amérique*. Paris: Schoell.

Humboldt, Alexander von y Jabbo Oltmanns. 1810. *Recueil d'observations astronomiques, d'opérations trigonométriques et de mesures barométriques, faites pendant le cours d'un voyage aux régions équinoxiales du Nouveau Continent, depuis 1799 jusqu'en 1803*. 2 volúmenes. Paris: F. Schoell.

Humboldt, Alexander von. 1827. *Ensayo político sobre la Isla de Cuba*. Paris: Renouard.

Humboldt, Alexander von. 1982. Alexander von Humboldt in Kolumbien. Auswahl aus seinen Tagebüchern / Alexander von Humboldt en Colombia. *Extractos de sus diarios*. Editado por Akademie der Wissenschaften der Deutschen Demokratischen Republik y Academia Colombiana de Ciencias Exactas Físicas y Naturales. Bogotá: Publicismo y Ediciones. Acceso del 28 de junio de 2019 a <http://www.banrepcultural.org/humboldt/diario/6.htm>

Knobloch, Eberhard. 2014. “Alexandre de Humboldt et le Marquis de Laplace”. *Internationale Zeitschrift für Humboldt-Studien - HiN*, XV(29): 26-38. Acceso del 28 de junio de 2019 a <http://www.hin-online.de/index.php/hin/article/view/195>

Laplace, Pierre Simon, marquis de. (1796). *Exposition du système du monde*. Troisième édition de 1808, Paris: Courcier.

Laplace, Pierre Simon, marquis de. (1805). *Traité de Mécanique Céleste*, volumen 4. Paris: Courcier. Acceso del 28 de junio de 2019 a <https://catalog.hathitrust.org/Record/100900122>

Leitner, Ulrike. 2011. “El diario de Alexander von Humboldt en España”. *Asclepio. Revista de Historia de la Medicina y de la Ciencia* 63(2): 545-572.

Lindenau, Bernard de. 1809. *Tables barométriques pour faciliter le calcul des nivellements et des mesures des hauteurs par le baromètre*. Gotha: R. Z. Becker.

Puig-Samper, Miguel y Sandra Rebok. 2007. *Sentir y medir. Alexander von Humboldt en España*. Madrid: Doce Calles.

Puig-Samper, Miguel. 2017. “La medida de América: De la observación métrica Ilustrada español al empirismo razonado Humboldtiano”. *Historia mexicana* 67(2): 907-963.

Ramond de Carbonnières, Louis. 1811. *Mémoires sur la formule barométrique de la Mécanique Céleste et les dispositions de l'atmosphère qui en modifient les propriétés: Augmentés d'une instruction élémentaire et pratique, destinée à servir de guide dans l'application du baromètre à la mesure des hauteurs*. Clermont-Ferrand: Landriot.

Ruíz Morales, Mario. 2012. *La aventura métrica de Alexander von Humboldt (1799-1804)*. Granada: Universidad de Granada.

Tralles, Johan Georg. 1790. *Bestimmung der Höhen der bekanntern Berge des Canton Bern*. Berne: im Verlage der litterarischen und typographischen Gesellschaft.

Valencia Restrepo, Darío. 2019. “Caldas y Humboldt discurren sobre la geografía de las plantas”. En Álvarez, Díez, Moreno y Suárez, 2019, p. 151-169.