

# Cálculo de la Temperatura de Punto de Rocío a Diferentes Valores de Presión

Enrique Martines L., Leonel Lira C.

Centro Nacional de Metrología  
km 4,5 Carretera a Los Cués, 76246, Querétaro, México.  
emartine@cenam.mx

## RESUMEN

La temperatura a la que se condensa (o solidifica) el vapor de agua en una muestra de gas a un valor de presión se le llama temperatura de punto de rocío (o de escarcha) y su valor depende de la presión del gas. El incremento en la presión del gas incrementa el valor de la temperatura de punto de rocío. Una muestra de gas con una temperatura de punto de rocío de 0 °C y una presión de 70 kPa, incrementa su temperatura de punto de rocío a 1,85 °C cuando se incrementa la presión a 80 kPa. Se describen las ecuaciones para realizar el cálculo de la temperatura de rocío diferentes valores de presión. La aplicación de las ecuaciones requiere de conocer la temperatura inicial de punto de rocío o escarcha y la presión a la que se requiere hacer la extrapolación.

## 1. INTRODUCCIÓN

La temperatura de punto de rocío o escarcha se usa para expresar el contenido de vapor de agua en un gas o en el ambiente.

Dado que la temperatura de punto de rocío depende de la presión del gas, la manera correcta de expresar un resultado de una medición en temperatura de punto de rocío, debe incluir el valor de la presión a la que se mide.

La razón de cambio de la temperatura de rocío como función de la presión es aproximadamente 0,19 °C/kPa. Si se considera que la variación de la presión atmosférica, en un día promedio es 500 Pa, entonces este cambio de presión produciría un cambio de 0,1 °C. Tal cambio es relevante si se considera que la temperatura de punto de rocío puede medirse con una incertidumbre de hasta  $\pm 0,05$  °C.

Existen aplicaciones, por ejemplo en la industria de gas natural, donde el contenido de humedad se mide a ciertas condiciones de temperatura y presión y posteriormente se requiere su valor a otras condiciones (condiciones base de temperatura y presión) establecidas por el comprador.

Otra aplicación donde se requiere calcular la temperatura de punto de rocío a distintos valores de presión es el diseño de sistemas de generación de humedad, los cuales requieren condiciones iniciales (de temperatura de punto de rocío y presión), y posteriormente conocer su valor por medio de un cálculo, a otros valores de presión.

En este trabajo se describen las ecuaciones para calcular el valor de la temperatura de punto de rocío ( $T_d$ ) a una presión  $P$ , si se conoce su valor ( $T_{d0}$ ) a una presión  $P_0$ , ambos medidos experimentalmente.

También se presenta la propagación de la incertidumbre para los valores obtenidos en el cálculo.

## 2. RELACIÓN ENTRE LA TEMPERATURA DE PUNTO DE ROCÍO O ESCARCHA Y LA PRESIÓN

### 2.1. Temperatura de Punto de Rocío o Escarcha

La temperatura de punto de rocío  $T_d$  (o escarcha  $T_f$ ) es aquella temperatura a la cual el vapor de agua presente en una mezcla de gases se condensa (o solidifica) cuando la mezcla se enfría a presión constante.

La definición anterior establece dos condiciones necesarias para la determinación de  $T_d$  o  $T_f$ : a) la temperatura se alcanza cuando se presenta un cambio de fase del vapor de agua a líquido (o a sólido), y b) el enfriamiento se lleva a cabo a presión constante.

En la Fig. 1 se muestra el diagrama de fases del agua y se indican las tres líneas o curvas que describen los cambios de fase líquido-vapor, líquido-sólido y sólido-vapor. Las tres curvas se cruzan en el punto triple. Si un gas está a una temperatura y presión indicadas por el punto **A** en el diagrama, cuando el gas se enfría a presión constante hasta alcanzar la línea de coexistencia líquido-vapor, en el punto **B** aparece el primer condensado en la muestra de gas, el valor de la temperatura en el punto **B** es el punto de rocío  $T_d$ .

Similarmente, si la muestra está a una temperatura y presión indicadas por el punto **C**, si al enfriar el gas a presión constante se alcanza la línea de coexistencia sólido-vapor, en el punto **D** aparece la solidificación del vapor de agua, el valor de la temperatura en el punto **D** es el punto de escarcha  $T_f$ .

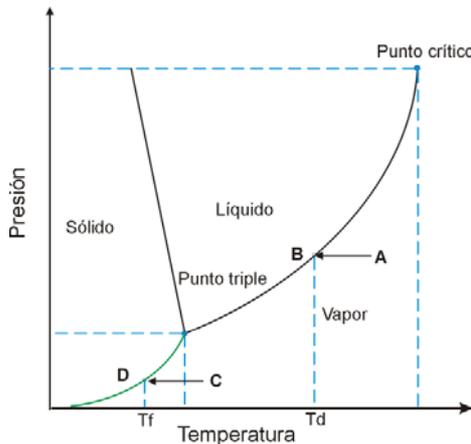


Fig. 1. Diagrama de fases del agua. En esta figura, B es el punto de rocío, D es el punto de escarcha.

**2.2. Punto de Rocío en una Mezcla de Gas-Vapor de Agua**

El comportamiento del vapor de agua se puede describir con la ley del gas ideal como primera aproximación.

La ley del gas ideal relaciona a la temperatura, la presión y el volumen de un gas por medio de la ecuación:

$$PV = n R T, \tag{1}$$

donde  $n$  es el número de moles del gas,  $P$  es la presión,  $T$  es la temperatura y  $R$  es la constante de los gases.

Para una mezcla de un gas con vapor de agua, las leyes que relacionan a  $T_d$  y la presión total de la mezcla son la ley del gas ideal y la ley de presiones parciales de Dalton.

La ley de presiones parciales de Dalton relaciona a la presión total ( $P_T$ ) de una mezcla de gases con la suma de las presiones de cada uno de los gases que constituyen la mezcla, es decir,

$$P_T = P_1 + P_2 + \dots + P_N = \sum_{i=1}^N P_i . \tag{2}$$

Cuando una mezcla de gas con vapor de agua se enfría a presión constante, si el primer condensado es de agua y aparece a un valor  $T_d$ , entonces el contenido de humedad se puede calcular a partir de la presión parcial de vapor de agua  $e(T_d)$  y del valor de  $T_d$ .

**2.3. Cambio de  $T_d$  con la Presión**

La fracción de presión del  $i$ -ésimo componente de una mezcla de gases se define como:

$$x_i = \frac{P_i}{P_T}, \tag{3}$$

donde  $P_i$  es la presión del componente  $i$  de la mezcla de gases.

Considérese una mezcla de gases confinada, que contiene vapor de agua, con una presión total  $P_1$  y una presión de vapor de agua  $e(T_{d1})$ , si la muestra se comprime a una presión  $P_2$  y no hay condensación de alguno de los componentes diferentes al vapor de agua, se encuentra que:

$$x_1 = \frac{e(T_{d1})}{P_1} = \frac{e(T_{d2})}{P_2} = x_2, \tag{4}$$

donde  $x_1$  y  $x_2$  son las fracciones de la presión vapor de agua en las condiciones  $P_1$  y  $P_2$  respectivamente.

La Ec. (4) relaciona a la temperatura de punto de rocío  $T_{d1}$  a una presión  $P_1$  con la temperatura de punto de rocío  $T_{d2}$  a una presión  $P_2$ . La Fig. 2 muestra de manera esquemática el proceso descrito.

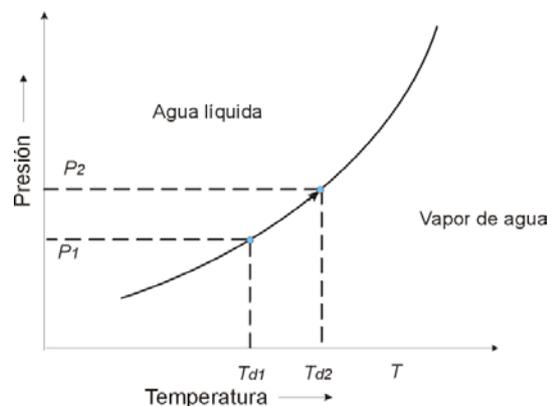


Fig. 2. Representación gráfica de la relación entre la temperatura de punto de rocío y la presión.

**2.4. Relación entre la Temperatura de Punto de Rocío y la Presión**

La Ec. (4) debe ser modificada para gases reales. La expresión general que relaciona el cambio de  $T_d$  por cambios de presión es:

$$e(T_{d2}) \cdot f(P_2, T_{d2}) = e(T_{d1}) f(P_1, T_{d1}) \cdot \frac{P_2}{P_1}, \quad (5)$$

donde  $f(P_1, T_{d1})$  y  $f(P_2, T_{d2})$  son los factores que corrigen las desviaciones del vapor de agua respecto del gas ideal.

El valor de  $e(T)$  se puede calcular con alguna aproximación empírica; una de las mas exactas es la desarrollada por Wexler [1,2] y actualizada por Hardy [3].

La aproximación de  $f(P, T)$  fue desarrollada por Greenspan en [4] y actualizada por Hardy. El alcance para  $e(T)$  es de -100 °C a 100 °C, mientras que para  $f(P, T)$  es de 0,05 MPa a 2 MPa [3].

La incertidumbre estándar relativa para  $e(T)$  fue estimada por Wexler [1,2], la cual es menor 0,005 % en el intervalo de 0 °C ≤ t ≤ 100 °C.

La ecuación para calcular la incertidumbre de  $f(P, t)$  fue obtenida por Lowell-Smith [5]:

$$u_r(f) = (b_0 P + b_1) \cdot \exp[(b_2 \ln(P) + b_3) \cdot t], \quad (6)$$

donde  $b_0, b_1, b_2$  y  $b_3$  son constantes,  $t$  es la temperatura en °C y  $P$  es la presión en MPa.

La Ec. (5) es útil porque permite determinar el valor de  $T_d$  a cualquier valor de presión ( $P_2$ ) una vez que se conoce su valor a la presión atmosférica o a alguna presión inicial ( $P_1$ ).

Si se trata de un punto de escarcha el tratamiento es similar; el contenido de humedad de la muestra se expresa con  $T_f$  y la Ec. (5) se escribe como:

$$e(T_{f2}) \cdot f(P_2, T_{f2}) = e(T_{f1}) f(P_1, T_{f1}) \cdot \frac{P_2}{P_1}. \quad (7)$$

**3. INCERTIDUMBRE**

El valor de incertidumbre para  $T_{d2}$  se obtiene al aplicar la propagación de incertidumbre [6] a la Ec. (5).

Para realizar la estimación de la incertidumbre  $uT_{d2}$  se requiere conocer el valor de la temperatura de rocío  $T_{d1}$  ( $\pm uT_{d1}$ ) a una presión  $P_1$  ( $\pm uP_1$ ). La ecuación que se obtiene es:

$$uT_{d2} = \sqrt{\left(\frac{\partial T_{d2}}{\partial e(T_{d1})} \cdot ue(T_{d1})\right)^2 + \left(\frac{\partial T_{d2}}{\partial f(P_1, T_{d1})} \cdot uf(P_1, T_{d1})\right)^2 + \left(\frac{\partial T_{d2}}{\partial P_1} \cdot uP_1\right)^2 + \left(\frac{\partial T_{d2}}{\partial P_2} \cdot uP_2\right)^2 + 2r(P_1, P_2) \cdot \left(\frac{\partial T_{d2}}{\partial P_1}\right) \left(\frac{\partial T_{d2}}{\partial P_2}\right) uP_1 uP_2}, \quad (8)$$

donde,  $ue(T_{d1})$  y  $uf(P_1, T_{d1})$  son las incertidumbres de  $e(T)$  y  $f(P, T)$  respectivamente, estos valores están reportados en la literatura [3,4,5,6];  $r(P_1, P_2)$  es el coeficiente de correlación entre  $P_1$  y  $P_2$ .

Los coeficientes de sensibilidad de la Ec. (8) son los siguientes:

$$\frac{\partial T_{d2}}{\partial e(T_{d1})} = \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{f(P_1, T_{d1})}{f(P_2, T_{d2}) \frac{\partial e(T_{d2})}{\partial T_{d2}} + e(T_{d2}) \frac{\partial f(P_2, T_{d2})}{\partial T_{d2}}}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial T_{d2}}{\partial f(P_1, T_{d1})} = \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{e(T_{d1})}{f(P_2, T_{d2}) \frac{\partial e(T_{d2})}{\partial T_{d2}} + e(T_{d2}) \frac{\partial f(P_2, T_{d2})}{\partial T_{d2}}}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial T_{d2}}{\partial P_1} = \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{e(T_{d1}) \cdot \left(\frac{\partial f(P_1, T_{d1})}{\partial P_1}\right) - \frac{e(T_{d1}) f(P_1, T_{d1})}{P_1}}{f(P_2, T_{d2}) \frac{\partial e(T_{d2})}{\partial T_{d2}} + e(T_{d2}) \frac{\partial f(P_2, T_{d2})}{\partial T_{d2}}}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial T_{d2}}{\partial P_2} = \frac{e(T_{d1}) f(P_1, T_{d1}) - e(T_{d2}) \cdot \left(\frac{\partial f(P_2, T_{d2})}{\partial P_2}\right)}{f(P_2, T_{d2}) \frac{\partial e(T_{d2})}{\partial T_{d2}} + e(T_{d2}) \frac{\partial f(P_2, T_{d2})}{\partial T_{d2}}}. \quad (12)$$

**4. RESULTADOS**

Para calcular el valor de la temperatura de punto de rocío o escarcha a diferentes presiones es necesario resolver la Ec. (5) o la Ec. (7) respectivamente. Estas ecuaciones se pueden resolver con un algoritmo iterativo.

La estimación de la incertidumbre se realiza al tomar en cuenta las fuentes de incertidumbre que están involucradas en el cálculo del valor de  $T_{d2}$  o  $T_{f2}$ .

**4.1. Comportamiento de  $T_d$  con la Presión**

En la Fig. 4 se muestran una curva que fue generada con un valor conocido de  $T_d = -20$  °C y una

presión de 80 kPa, los valores calculados para  $T_{d2}$  se obtuvieron en el intervalo 80 kPa a 2 000 kPa.

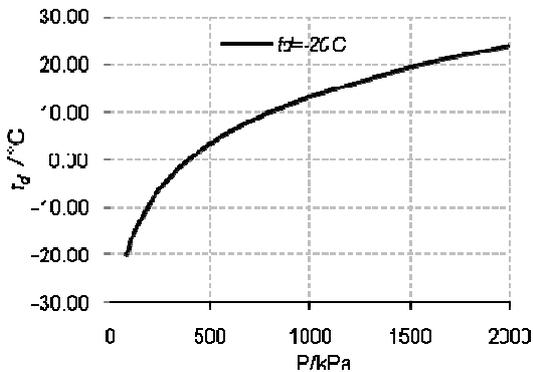


Fig. 4 Cálculo de Td a diferentes valores de presión.

De manera similar, la temperatura de punto de escarcha se puede calcular con la Ec. (6) para diferentes valores de presión. En la Fig. 5 se muestra una curva que inicia a  $t_{f1} = -50$  °C y  $P_1 = 80$  kPa y los valores de  $t_{f2}$  extrapolados hasta 220 kPa.

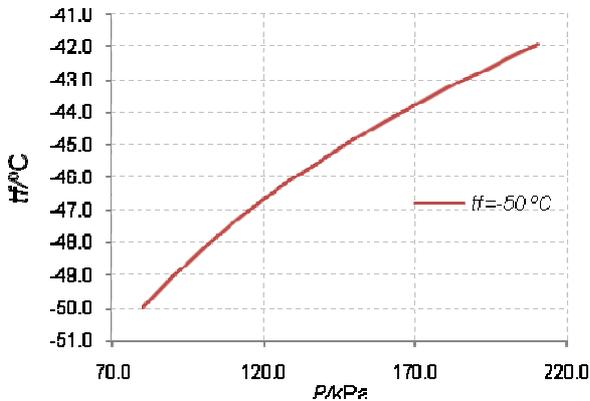


Fig. 5. Cálculo de Td a diferentes valores de presión.

**4.2. Estimación de la Incertidumbre**

La Ec. (7) permite estimar el valor de la incertidumbre de  $T_{d2}$  cuando se conoce  $P_1 \pm uP_1$ ,  $P_2 \pm uP_2$  y  $T_{d1} \pm uT_{d1}$ . Adicionalmente se debe considerar la incertidumbre de la aproximaciones  $e(T)$  y  $f(P, T)$ .

En la Fig. 6 se muestra una gráfica de la propagación de incertidumbre de  $t_{d2}$ , para el caso  $t_{d1} = -20$  °C y  $t_{d2}$  calculado en el intervalo de presión de 80 a 1500 kPa. También se muestra la incertidumbre de los valores calculados.

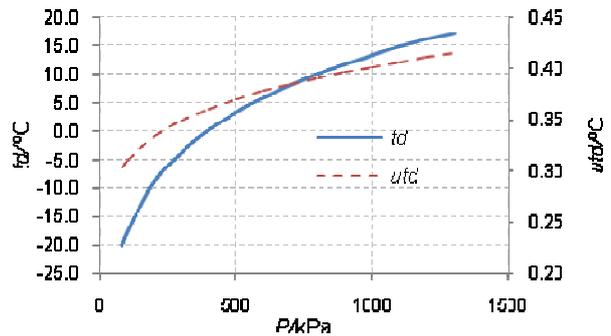


Fig. 6. Propagación de incertidumbre de valores calculados de temperatura de punto de rocío a diferentes presiones.

El cálculo de incertidumbre se realizó para  $u_{t_{d1}} = 0,3$  °C,  $u_{P_1} = 100$  Pa y  $u_{P_2} = 200$  kPa.

El término con mayor contribución en la incertidumbre es  $[\partial T_{d2} / \partial e(T_{d1})] \cdot u_e(T_{d1})$  el cual contribuye con más del 90 %.

El método descrito puede ser útil para diversas aplicaciones, pero es conveniente tomar en cuenta que no se consideran algunos detalles experimentales que en la práctica es necesario considerar, entre los cuales se encuentran: la presencia de fuentes de humedad ocultas en tuberías o ductos y la uniformidad de la muestra.

**5. APLICACIONES**

Se usó un generador de dos presiones comercial y se aplicó el método expuesto para calcular el valor de la temperatura de punto de rocío dentro de la cámara de prueba. El generador muestra directamente los valores de temperatura y presión en el saturador ( $P_1, T_{d1}$ ) y el valor de la cámara de prueba ( $P_2$ ); para confirmar los cálculos se colocó un medidor de temperatura de punto de rocío de espejo frío calibrado, el cual permitió medir  $T_{d2}$ . En la Tabla 1 se comparan los resultados obtenidos.

Tabla 1. Comparación de los valores calculados con los valores medidos en un generador de dos presiones.

Datos conocidos		
$P_1$	$P_2$	$t_{d1}$
571,418 kPa	81,005 kPa	5,00 °C
Datos calculados o medidos		
$t_{d2}$ (indicación del generador)	-19,99 °C	
$t_{d2}$ (calculado de ec.5)	-19,99 °C	
$t_{d2}$ (medición con higrómetro)	-19,98 °C	
$u_{t_{d2}}$	0,12 °C	

Las mediciones se realizaron a una presión  $P_1 = 571$  kPa, una temperatura en el saturador  $t_{d1} = 5$  °C y  $P_2 = 81$  kPa.

En la Tabla 1 se muestran los valores de incertidumbre estimados para el valor de  $T_{d2}$ . Los valores de incertidumbre usados para estimar  $ut_{d2}$  fueron:  $uP_1 = 500$  Pa,  $ut_{d1} = 0,1$  °C y  $uP_2 = 200$  Pa.

Los valores calculados son consistentes con los valores medidos.

**5.1. Medición con Higrómetro de Espejo Frío**

Se realizaron mediciones de temperatura de punto de rocío con un higrómetro de espejo frío a un valor de 10,04 °C y una presión de 80,732 kPa. Posteriormente se incrementó la presión del aire a 80,879 kPa y se calculó la temperatura de punto de rocío asociada a este valor de presión. Finalmente se midió la temperatura de punto de rocío a este valor de presión. Los valores se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Resultados de medición de efecto de presión con higrómetro de espejo frío.

	$P_1 = 80,732$ kPa	$P_2 = 80,879$ kPa
$t_d$ generado	10,04 °C	10,07 °C
$t_d$ calculado	----	10,07 °C
$t_d$ medido	10,04 °C	10,07 °C

El valor calculado y el valor medido es el mismo, por lo que se confirma la consistencia en los resultados.

**6. CONCLUSIONES**

En este trabajo se describen las ecuaciones para calcular los valores de temperatura de punto de rocío o escarcha a diferentes valores de presión. Para aplicar estas ecuaciones se requiere conocer un valor de temperatura de punto de rocío o escarcha y la presión del gas en la condición inicial, además de la presión a la que se requiere calcular el valor de la temperatura de punto de rocío.

También se presentaron las ecuaciones para estimar la incertidumbre de la temperatura de punto de rocío y escarcha, las cuales son útiles para estimar la incertidumbre de los valores calculados.

Se realizó la comprobación experimental para dos casos, lo cual valida las ecuaciones usadas para calcular los valores de temperatura de punto de rocío y escarcha para los cambios de presión indicados.

**REFERENCIAS**

[1] Wexler, A. Greenspan, L., 1976, "Vapour pressure formulation for water in the range 0 to 100 degrees C", Journal of Research of NBS; 80A, pp.775-785.  
 [2] Wexler, A., 1977, "Vapour pressure formulation for ice". Journal of Research of NBS; 81A, pp. 5-20.  
 [3] Hardy B., "ITS-90 Formulations for vapor pressure, frostpoint temperature, dewpoint temperature, and enhancement factors in the range -100 to 100 C", International Symposium of Humidity and Moisture 1998, London, England, 1998.  
 [4] Greenspan, L., 1975, "Functional Equations for the Enhancement Factors for CO<sub>2</sub>-free Moist air". Journal of Research of NBS; 80A, pp.41-44  
 [5] Lovell-Smith, J., "An expression for the uncertainty in the water vapour pressure enhancement factor for moist air", Metrologia **44**, 2007, L49-L52.  
 [6] ISO GUM, 1995 "Guide to expression of the uncertainty in Measurement". BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAP, IUPAC, OIML.