



ENERO
2025

Vol. II, Núm. 1, pp. 059–068
ISSN: 3020-4925

Explicación de algunas formas geométricas naturales por la Física-Matemática: tréboles en aguas heladas*

JESÚS ILDEFONSO DÍAZ DÍAZ

*Dedicado a la memoria de mi hermano Antonio
(4 de dic. 1937 – 12 de ene. 2021).*

Unas figuras geométricas, formadas en la superficie helada de una piscina madrileña, durante la tormenta Filomena de enero de 2021, son justificadas mediante un modelo matemático tras un recorrido por otros modelos que conducen a patrones geométricos bastante similares.

Palabras clave: Patrones geométricos desconocidos, modelos no lineales, mecánica de fluidos, problema de Boussinesq, problema de Stefan.

Explanation of some natural geometric patterns by Physical Mathematics: clovers in icy waters

Some geometric patterns formed on the frozen surface of a Madrid swimming pool during the Filomena storm in January 2021 are justified by a mathematical model after referring to other models that lead to similar but different geometric patterns.

Keywords: Geometric patterns, nonlinear models, fluid mechanics, Boussinesq problem, Stefan problem.

MSC2020: 76-10.

Introducción

La ola de frío Filomena provocó una nevada histórica descomunal que afectó a numerosas ciudades y muy especialmente a Madrid. En realidad, esa ola

de frío empezó siendo una mera borrasca. Fue designada con el nombre de Filomena por la Agencia Española de Meteorología (AEMET) el martes 5 de enero de 2021. La AEMET emitió numerosos avisos de tormentas anormales de viento, lluvias fuertes y persistentes en Canarias, sur de Andalucía y Ceuta, y copiosas nevadas en amplias zonas del interior peninsular (véase <https://n9.cl/30hzw>).

Todos los fenómenos anunciados tuvieron lugar entre los días 6 y 10 de enero, pero lo más destacado fue la gran nevada ocurrida en el interior peninsular los días 8 y 9, que sin lugar a dudas puede ser calificada como una nevada histórica, al acumular hasta 50 cm de nieve en Madrid capital y en otras zonas del centro y este del país.

Tras desaparecer Filomena, cesar las precipitaciones y despejarse los cielos, durante el domingo 10, se inició una ola de frío que duró desde el lunes 11 hasta el domingo 17. Esta ola de frío también puede ser considerada como histórica por los excepcionales registros alcanzados.

Los vecinos de la casa en la que vivo fueron testigos, junto a mí, de la formación de unas enigmáticas formas pentagonales, a modo de grandes tréboles,

* Conferencia impartida en la RACEFN (19 may. 2022).

formados sobre nuestra piscina helada. Así se mantuvieron hasta el 21 de enero (véase la figura 1).



Figura 1. Imagen de las formas geométricas formadas en la piscina. Foto de J. I. Díaz Díaz.

Enseguida surgió en mi mente una persistente pregunta: ¿existirían argumentos de la Física-Matemática para justificar esas formas naturales?

Me propuse buscar una explicación sobre su formación. Un cúmulo de circunstancias personales (confinamiento en casa por motivos del Covid, ausencia de clases *online* en la Facultad ante el periodo de exámenes cuatrimestrales, etc.) propiciaron una dedicación inicial casi exhaustiva al tema durante un buen número de jornadas. En este texto mostraré el resultado de mis indagaciones y algunas otras reflexiones colaterales.

Es conveniente comenzar recordando la abundante literatura (libros, bases de datos, ...) sobre la presencia de la matemática en diferentes formas naturales, aunque aparentemente tal tipo de *tréboles en aguas heladas* no aparezcan explícitamente mencionados. Podríamos comenzar a relatar esos intentos de encontrar argumentos matemáticos en la formación de formas naturales ya desde tiempos de Johannes Kepler (Weil der Stadt, 1571 - Ratisbona, 1630), e incluso mucho antes.

Según Kepler, el movimiento de los planetas debería cumplir las leyes pitagóricas de la armonía razón por la que esa teoría fue denominada como *la armonía de las esferas celestes*. En su visión cosmológica, el número de planetas conocidos en su época era uno más que el número de poliedros perfectos. Siendo un firme partidario del modelo copernicano, Kepler intentó demostrar que las distancias de los planetas al Sol venían dadas por los radios de esferas en el interior de poliedros perfectos, anidadas sucesivamente unas en el interior de otras. En la esfera interior estaba Mercurio mientras que los otros cinco planetas conocidos en esas fechas (Venus, Tierra, Marte, Júpi-

ter y Saturno) estarían situados en el interior de los cinco sólidos platónicos correspondientes también a los cinco elementos clásicos.

Tras Kepler, podríamos mencionar al naturalista suizo Jean-Jacques Scheuchzer (Zúrich, 1672 - *ib.*, 1733), quien publicó un estudio sistemático sobre formación de dedos (o dendritas) en la revista de la Académie des Sciences de Paris, en 1699 (véase Fleury *et al.*, 2013, de donde procede la figura 2). Recorremos que en el ámbito de la metalurgia, la geología y la cristalográfica, una dendrita [del griego δενδρον (dendron), árbol] es una estructura con ramificaciones repetitivas característica de los procesos de crecimiento de los cristales.

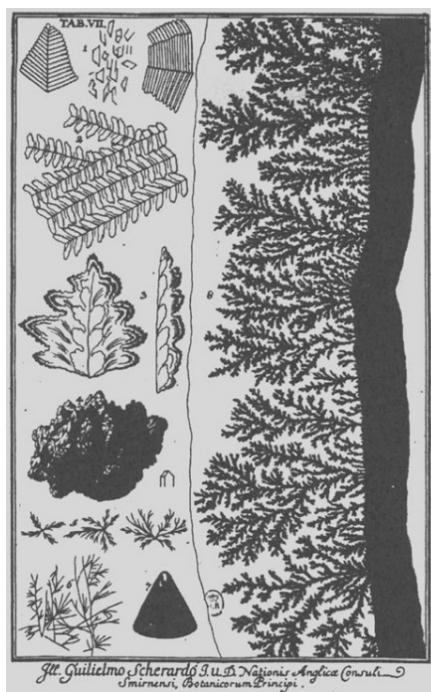


Figura 2. Dendritas observadas por Jean-Jacques Scheuchzer en 1699.

Una mención especial, a ese respecto, merece la figura del biólogo y matemático escocés D'Arcy Wentworth Thompson (Edimburgo, 1860 - St. Andrews, 1947) y su monumental obra (véase Thompson, 1992). Son también de reseñar valiosos textos más recientes como, por ejemplo, Murray (2003 – 2004) y Markowich (2006) entre otros muchos.

Por otra parte cabe añadir que los cristales de nieve y su estudio matemático son temas sobre los que hay una abundante literatura (véase, por ejemplo, León y Timón, 2015; Costa González, 2022 y sus muchas referencias). La figura 3 ilustra la diferente clasificación de ese tipo de cristales. Sin embargo, ninguna mención a algo parecido a esos *tréboles en aguas heladas* parece haber sido presentada en ese contexto.



Figura 3. Descripción de formas geométricas de cristales de nieve en <http://www.snowcrystals.com/>.

Mencionemos también que modelos matemáticos sofisticados sobre mantos de hielo (*ice sheets*) son también asequibles en la literatura (véase, por ejemplo, Calvo *et al.*, 2002). En particular, la interfase (o frontera libre dinámica) asociada a los casquetes polares es un tema de gran debate actual cuya modelización matemática ha sido considerada mediante un gran espectro de herramientas matemáticas: véase, por ejemplo, Díaz y Shmarev (2009). Desgraciadamente para nuestros fines, ningún parecido a esos *tréboles en la piscina helada* aparece tampoco en ese contexto.

Un ejemplo relevante: justificación matemática de las columnas de basalto mediante la teoría de Rayleigh-Bénard

Como veremos más tarde, el problema que nos ocupa tiene ciertos ingredientes comunes con la formación de las columnas de basalto que podemos observar en numerosas localizaciones a lo largo de todo el globo terrestre. Basta consultar internet (<https://n9.cl/savad>) y accederemos a multitud de bellas imágenes sobre estas formaciones naturales (véase la figura 4).

Estas formaciones naturales corresponden a lava basáltica que al enfriarse se solidifica, disminuyendo su volumen y genera prismas de distintos tipos (generalmente hexagonales). En el periodo de su formación, la temperatura de la superficie inferior fue mucho mayor que la de la superficie exterior (la conducción térmica no fue capaz por sí sola de disipar

todo el calor debido a un alto gradiente de temperatura). Un modelo matemático que permite justificar estas formaciones es el llamado de las celdas convectivas de Rayleigh-Bénard que aparecen en una lámina de fluido limitada por dos superficies sometidas a temperaturas muy dispares (véanse las figuras 5 y 6). Fueron analizadas, en 1901, por el físico francés Henri Claude Bénard (Lieurey, 1874 - Neuilly-sur-Seine, 1939) y previamente también por el físico británico John William Strutt, 3rd Baron Rayleigh, (Essex, 1842 - Terling, 1919).



Figura 4. Columnas de basalto en Los Órganos (La Gomera) (<https://n9.cl/savad>).

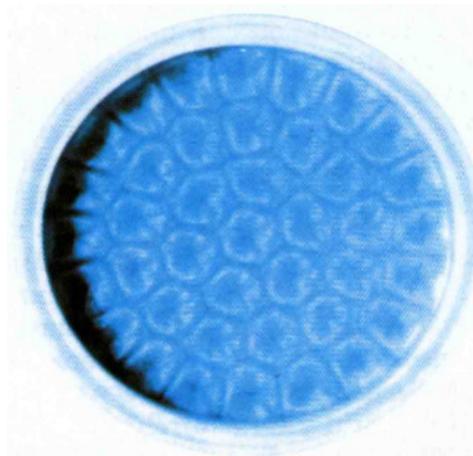


Figura 5. Visión superior de las celdas de Rayleigh-Bénard.

Esas configuraciones aparecen en numerosos contextos: incluso en la distribución del manto terrestre y también en el desierto (durante la noche el suelo está mucho más caliente que el aire superficial). En el estudio matemático del modelo se parte de las ecuaciones de Navier-Stokes que se completan con las llamadas

fuerzas de Boussinesq, o de flotación térmica (véase, por ejemplo, Acheson, 1990).

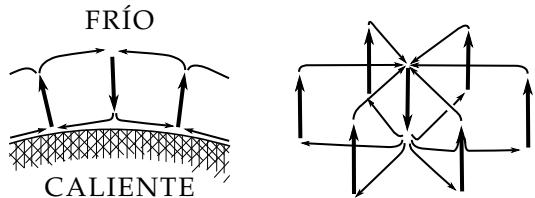


Figura 6. La formación de celdas de Rayleigh-Bénard requiere una base térmicamente más alta que la de la capa superficial superior. El fluido se «organiza» produciendo formas geométricas.

62
Lvā²

Se puede demostrar matemáticamente que esas celdas solo pueden adoptar determinadas formas geométricas de sección polígonos regulares, en atención a los valores de los parámetros implicados (véase la figura 7 y la monografía Golubitsky *et al.*, 2000). En su estudio se han de aplicar muy diversas herramientas como son la teoría de la bifurcación, la teoría de grupos y las ecuaciones en derivadas parciales y su resolución mediante series de Fourier constituidas por sus autofunciones correspondientes).

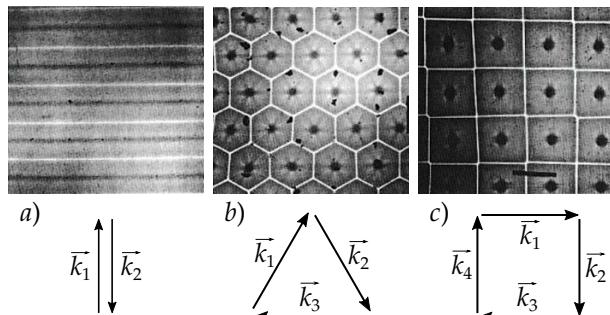


Figura 7. Diversas formas geométricas en función de los parámetros.

Precisamente, analizando las antes mencionadas ecuaciones de Navier-Stokes (completadas con las fuerzas de Boussinesq) el estadounidense Edward N. Lorenz (West Hartford, 1917 - Cambridge, 2008) llegó a la Teoría del caos, al simplificar su estudio reduciendo el desarrollo de la serie de ecuaciones diferenciales asociadas a tan solo tres de ellas. Lorenz encontró que ese sistema de ecuaciones exhibía una pérdida de dependencia continua respecto de los datos iniciales en cuanto el tiempo de análisis es suficientemente grande.

Tréboles en aguas heladas como estrellas de lagos helados. Análisis cualitativo

Mi insistencia en la búsqueda en Internet me llevó a la web de Bob Dill (ingeniero y secretario de la International DN Ice Yacht Racing Association) en el que se refería a formaciones en forma de *estrellas* en diversos lagos, en particular del lago Champlain de Burlington (Estado de Vermont, EE.UU, frontera este con Canadá). Acudí a <https://www.google.com/maps/> y a base de ampliar la escala, pude observar esas mencionadas estrellas («Eskimo Lakes ice whilst» en Google Maps[®]: <https://n9.cl/nekmc2>). Véase la figura 8.



Figura 8. Estrellas de lagos helados.

Por fin esas estructuras presentaban unos aspectos relativamente similares a los *tréboles* observados en mi piscina helada, pero aún restaban muchos detalles por aclarar. Encontré un estudio cualitativo sobre esas «estrellas de lagos helados» iniciado en la referencia Knight (1987). El autor relata cómo el proceso comienza con la apertura de un orificio en la capa superficial del hielo, entre otras razones por la *auto-organización* del agua del lago que guarda una temperatura superior a la temperatura atmosférica y a la de la fina capa superficial del hielo formado (véase la figura 9).

En el trabajo de Knight (1987) no hay un estudio cuantitativo, dejando sin tratar cuestiones intrigantes como por ejemplo, la razón del número de dendritas formadas. En otra referencia posterior, Knight (1988), el autor describió con algún mayor detalle, pero de nuevo limitándose a una descripción cualitativa, la formación de esas *estrellas*. Describe la formación de aguanieve (*slush, mushy*) entre el agua y la capa de hielo lo que claramente llama a revisar la teoría de cambios de fase en el estudio de fluidos viscosos así como la mezcla de dos fluidos con diferente viscosidad (véase la figura 10).

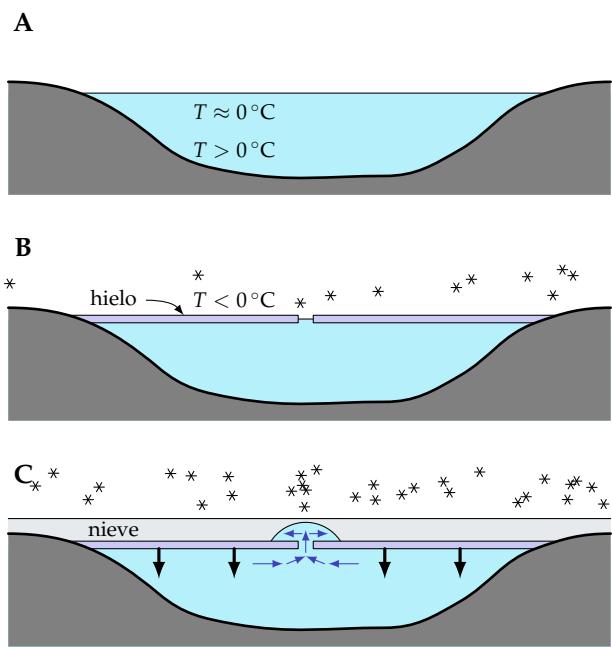


Figura 9. Formación de una *estrella de lago congelado* a partir de una apertura en la capa superficial.

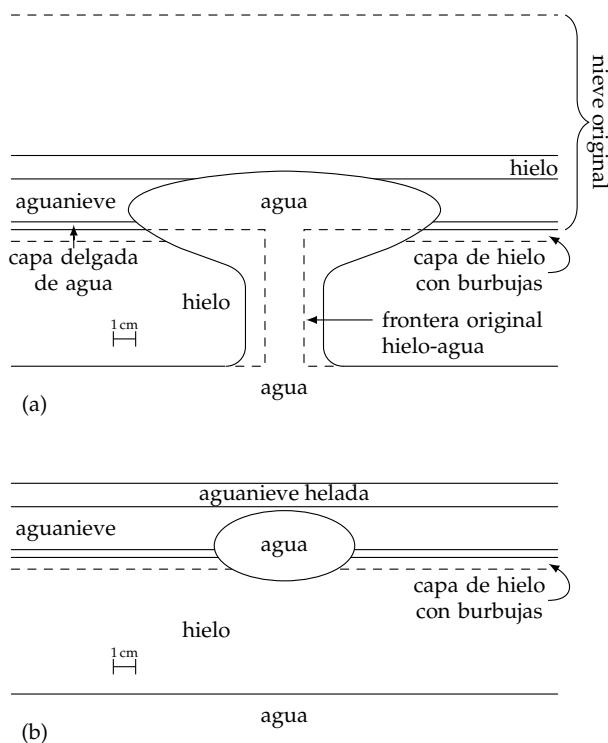


Figura 10. Formación de aguanieve (*slush, mushy*) entre el agua y la capa de hielo.

Entreacto: un problema parecido, pero claramente diferente

La estructura de las *estrellas de lagos helados* mencionadas en la sección anterior presenta importantes analogías a la de los *tréboles* que intentamos analizar, pero sería importante conocer la razón por la que los

diversos *tréboles helados* observados en aquella piscina tienen un número común de dendritas.

Una vez más, la Mecánica de Fluidos puede dárnos luz a este respecto. Uno de los capítulos más impactantes de esta amplísima rama de la ciencia es el correspondiente a la *formación de dedos* por la llamada *inestabilidad de Shaffman-Taylor* en lo que se conoce como *celdas de Hele-Shaw*. Comencemos recordando que el ingeniero inglés Henry Selby Hele-Shaw (Billericay, 1854 - Ross-on-Wye, 1941), famoso, entre otras cosas, por sus reiteradas patentes para los primitivos automóviles de finales del siglo XIX y principios del XX, consideró el problema de la formación de dedos (o dendritas) originados al considerar el movimiento de dos fluidos de muy diferente viscosidad alojados entre dos capas sólidas muy próximas una a la otra (véase la figura 11).

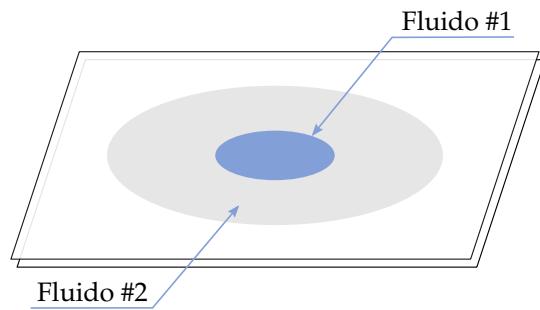


Figura 11. Celdas de Hele-Shaw: dos fluidos entre dos láminas muy cercanas.

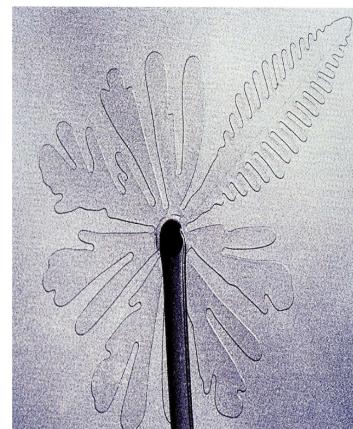


Figura 12. Dedos formados al inyectar un fluido por un orificio en la lámina superior.

Cuando una de esas láminas posee un orificio desde el que se mantiene la inyección de uno de los fluidos la superficie de separación entre ellos, que se puede identificar a una curva del plano pues la distancia entre las placas es muy pequeña, se caracteriza por la formación de unos dedos o dendritas. Este es un experimento que se puede realizar fácilmente con medios

caseros muy rudimentarios (véase por ejemplo <https://www.youtube.com/watch?v=iqiKxAlwAq0>).

La justificación de este fenómeno obedece a la llamada inestabilidad de Saffman-Taylor cuando es aplicada al problema de Hele-Shaw (Philip Geoffrey Saffman (Leeds, 1931 - Los Ángeles, 2008), Sir Geoffrey Ingram Taylor (Londres, 1886 - Cambridge, 1975)).

Curiosamente, no es difícil de visualizar la inestabilidad de los frentes que separan ambos fluidos (a veces denominados como interfaces o fronteras libres) mediante lo que ocurre en guerras de invasión desgraciadamente de máxima actualidad desde la invasión rusa de Ucrania el 24 de febrero de 2022 (véase la figura 13).

64
LVI²



Figura 13. Esquema de la penetración rusa en Ucrania en mayo de 2022.

Ilustraciones, cualitativamente bastante similares, de posibles configuraciones pueden ser simuladas pacíficamente mediante experimentos adecuados de la Mecánica de Fluidos.

Empecemos por comentar la figura 12 con esa analogía. El experimento de la figura presenta un ejemplo de invasión por medio de atentados o guerrillas transportadas aéreamente al interior del territorio que se pretende invadir. En términos de fluidos, podemos pensar en un aceite viscoso que llena inicialmente el espacio entre dos placas de vidrio paralelas y horizontales y es observado desde arriba. Por un agujero central perforado en la placa superior se inyecta otro fluido menos viscoso (por ejemplo, un gas como el nitrógeno), que impulsa al aceite radialmente. La penetración del fluido menos viscoso (el gas) se abre camino a través del aceite originando unos dedos en su frente. Podemos observar que casi todos los dedos tienen el mismo ancho, pero, en sí misma, la forma dedo puede ser muy diferente. El proceso nos evoca, sin ser similar, la estructura de crecimiento de ciertos

cristales (como, por ejemplo, los cristales de hielo que se forman en ventanas esmeriladas).

Si repetimos el experimento, pero invirtiendo el papel de los fluidos (el aceite se inyecta ahora por el orificio superior en un espacio estrecho entre dos placas que suponemos que contiene un gas), la invasión es progresiva y sin la apariencia de dedos: el radio del círculo de contacto entre los dos medios aumenta simplemente con el tiempo. En la metáfora militar antes citada correspondería a un frente regular.

En la figura 14 se muestran diversos experimentos obtenidos con aceite de silicona coloreado, de viscosidad igual a 100 000 veces la del agua, entre dos placas horizontales muy próximas (véase Guyon *et al.*, 2005). Ahora no hay ningún orificio superior de inyección y lo que se hace es separar o juntar las dos placas tan próximas. Las imágenes ④ y ⑤ corresponden a la propagación de la gota cuando se juntan las placas, manteniéndolas siempre paralelas. Por el contrario, las imágenes ③ y ⑥ corresponden a las deformaciones observadas cuando se separan las placas.

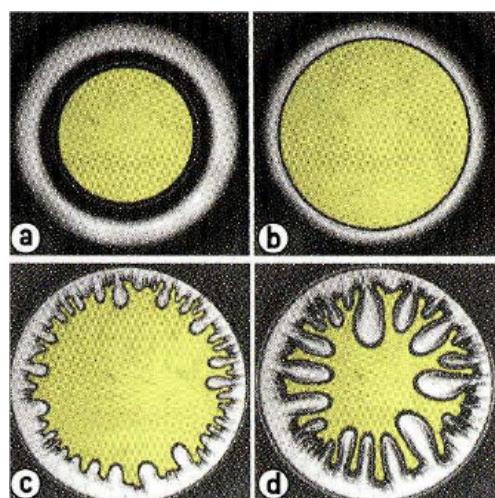


Figura 14. Experimentos con una gota de aceite de silicona coloreado al juntar o separar las placas.

Volviendo al proceso de formación de dedos, podemos imaginar que se inyecta un gas, coloreado en gris en la figura 14, sobre un líquido, coloreado en amarillo en esa misma figura. Las variaciones de presión debidas a efectos viscosos en el gas son insignificantes en comparación con las del aceite, y así la presión en el gas puede considerarse constante. El gradiente de presión en un dedo es más alto que en el área hundida que lo rodea y con ello la longitud de la película de aceite es más corta. Todo esto hace que la velocidad de las partículas del frente en el dedo sea mayor que la de la parte hundida que lo rodea amplificándose cada vez más la deformación del frente en forma de

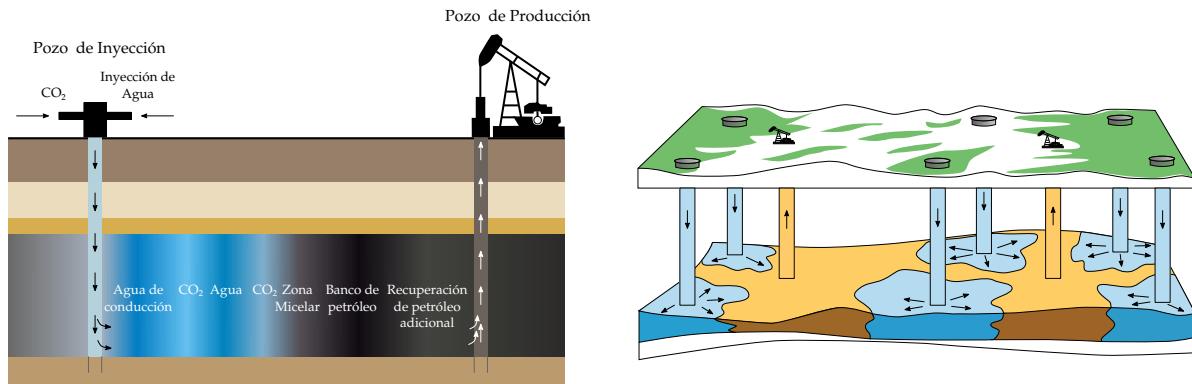


Figura 15. Formación de frentes con dedos en la extracción petrolera.

dedos cada vez más largos.

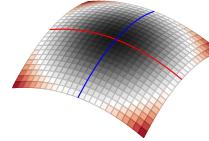
Este tipo de fenómenos son también de un gran interés práctico en la industria petrolera. La extracción de petróleo suele ocurrir a través de la perforación de dos pozos diferentes instalados en una cuenca sedimentaria: el pozo de extracción y el pozo de inyección. Se inyecta agua en el pozo de inyección para expulsar el petróleo que se cuenta en un estrato inferior y así se generan dedos viscosos en el frente de separación de los dos fluidos (véase la figura 15).

La inestabilidad de Saffman-Taylor aparece, en general, cuando un fluido poco viscoso está en contacto con otro fluido de mayor viscosidad. Exposiciones detalladas sobre esto pueden ser encontradas en numerosas monografías (véase, por ejemplo, Eggers & Fontelos, 2015). Señalemos que, utilizando la peculiaridad de que los dos fluidos se encuentran confinados entre dos capas muy próximas, las ecuaciones básicas de Navier y Stokes pueden ser simplificadas por medio de la llamada ley de Darcy (en honor del ingeniero francés Henry Philibert Gaspard Darcy (Dijon, 1803 - París, 1858)) y así, en régimen semi-estacionario, el vector velocidad es opuesto al vector gradiente de la presión. El frente de separación entre ambos fluidos aparece entonces regido por la llamada ley de Laplace-Young (en honor de Pierre-Simon Laplace (Beaumont-en-Auge, 1749 - París, 1827) y Thomas Young (Milverton, 1773 - Londres, 1829)). Esta ley asegura que las segundas variaciones de la presión (su laplaciano) es el producto de dos constantes cruciales: la curvatura media (una propiedad geométrica de la superficie analizada) y la tensión superficial (una constante estructural asociada a cada fluido y el medio que le rodea). Véase la figura 16.

Una justificación matemática del número de dendritas radiales que se forman, en función de los datos experimentales de cada caso, fue llevada a cabo en el artículo de Paterson (1981). El autor comienza por

calcular explícitamente la solución exacta para una configuración estacionaria con simetría radial (véase la figura 17).

$$\text{curvatura } (+) \cdot (+) = (+)$$



$$\text{curvatura } (+) \cdot (-) = (-)$$

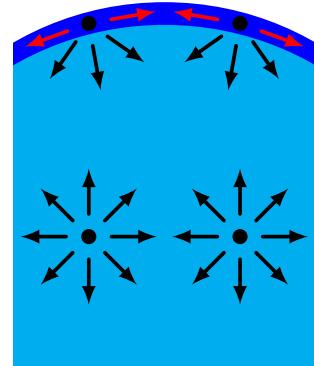
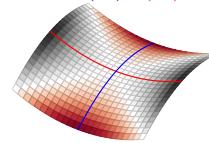


Figura 16. Ley de Laplace-Young: la curvatura media para algunas superficies y su relación con la tensión superficial.

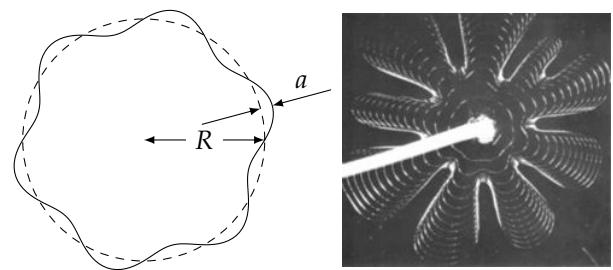


Figura 17. Formación de dedos equidistribuidos a partir de una configuración simétrica de equilibrio.

A base de analizar las pequeñas variaciones que se producen en función de un adecuado parámetro, el autor muestra que hay una ruptura de simetría que viene dada por la formación de un cierto número de dedos que están equidistribuidos a lo largo del frente transformado.

Analizando el llamado criterio de estabilidad linealizada, en el artículo de Paterson (1981) se presenta un criterio sobre el número de dedos formados, dependiente de un cierto parámetro que combina las

peculiaridades físicas de cada experimento (véase la figura 18).

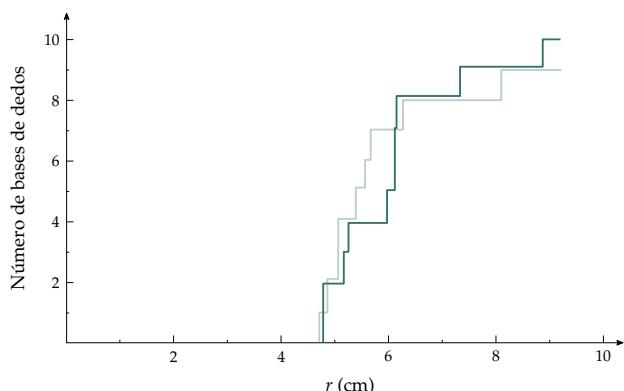


Figura 18. Número de dedos formados según la teoría de Paterson (1981) frente a valores obtenidos en experimentos.

Un estudio cuantitativo para un modelo de estrellas heladas: el problema de Stefan

La formación de dedos justificada a través de la inestabilidad de Saffman-Taylor para celdas de Hele-Shaw no es un criterio bien adaptado al fenómeno de formación de esos *tréboles helados* descritos al comienzo de este trabajo, dado que la temperatura fue un argumento primordial en el caso de la piscina madrileña y sin embargo no lo es en el tratamiento de frentes originados por la separación de dos fluidos con diferente viscosidad.

El estudio que sin embargo sí podría ser aplicable a nuestro caso es el desarrollado en Tsai y Wettlaufer (2007) concerniente a la formación de *estrellas en lagos helados*. Los autores muestran en ese trabajo que las dendritas radiales formadas sobre la superficie del lago son relativamente más cálidas que la capa de hielo, crecen a partir de una fuente central (un orificio generado de manera natural en la fina capa del hielo superficial) y evolucionan a través de una competencia entre los efectos térmicos, porosos (pues se forma un aguanieve que se puede entender como un medio poroso al que se le puede aplicar la ley de Darcy), y una capa de nieve saturada que cubre la superficie superior del lago.

De nuevo, el número de brazos estelares se puede justificar por un análisis de la estabilidad de esta competición (que puede ser analizada en experimentos de laboratorio). Los autores parten de la idea principal de Knight (1987) según la cual los sitios con tasas de flujo más rápidas se derriten preferentemente, lo que lleva a su vez a tasas de flujo aún más rápidas con lo que se produce una inestabilidad de una configura-

ción radial de partida que se traduce en la formación de dendritas. El nivel del agua en la perforación surgida en la capa de hielo es más alto que en la capa de aguanieve húmeda y, por tanto, tratan esa región de agua caliente (a unos 4 °C) como si tuviera una altura constante sobre el hielo. De manera equivalente, se puede suponer una sobrepresión constante, que impulsa el flujo de agua a través la capa de aguanieve, que tratan como si fuese un flujo de agua en régimen de Darcy a cero grados centígrados (véase la figura 10).

En el trabajo de Tsai y Wettlaufer (2007) se modeliza la temperatura de la región líquida mediante una ecuación de convección-difusión y se impone una condición apropiada sobre la interfase agua/hielo *de tipo Stefan* (en honor del físico austriaco Josef Stefan (St. Peter, 1835 - Viena, 1893)).

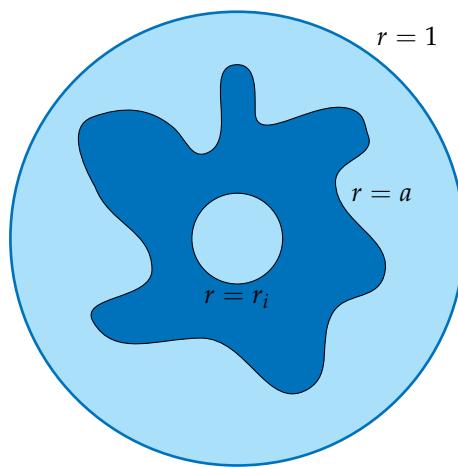


Figura 19. Problema de Stefan de un fluido genérico en dos fases.

Tal condición se obtiene al expresar la conservación de la energía en la frontera libre agua-aguanieve al tener en cuenta el calor latente necesario para el cambio de fase). Como es natural, el agua se trata como un fluido incompresible y se añade una condición de contorno exterior para la temperatura que se puede suponer conocida (el cambio de presión esta vez se supone despreciable).

En su tratamiento matemático se empieza por obtener una formulación adimensional (mediante adecuados cambios en las variables espacial y temporal, según sean las escalas características de cada experimento) lo que hace emergir unas combinaciones, casi mágicas, de los parámetros involucrados y que en este problema concreto son los llamados número de Peclet y número de Stefan (véase Tsai & Wettlaufer, 2007). Dichos autores llevan a cabo también un análisis de la estabilidad de soluciones radiales por el criterio

de estabilidad linealizada y obtienen (adaptando a su caso el tipo de argumentos usados por Paterson, 1981) una estimación sobre el número N de dendritas. Finalmente, dan los valores experimentales utilizados por Knight (1987) y concluyen que ese número N oscila entre dos valores explícitos: $4 < N < 15$. De nuevo, su estudio teórico puede ser contrastado con experiencias reales generadas en laboratorios que corroboran sus estimaciones teóricas.

Regresando al problema de analizar las razones que pudieron llevar a la formación de esos *tréboles sobre la piscina de mi casa* durante la ola de frío Filomena podemos concluir que ahora ya tenemos unos argumentos teóricos que podrían justificar esas formas misteriosas.

Sin embargo, siguiendo los comentarios atribuidos al físico italoestadunidense y Premio Nobel de Física en 1938, Enrico Fermi (Roma, 1901 - Chicago, 1954), podemos concluir así:

- No hemos tenido éxito en contestar todos nuestros problemas.
- Las respuestas que hemos hallado sólo nos han servido para suscitar muchas otras nuevas cuestiones.
- En alguna manera nos sentimos tan confundidos como antes ... pero creemos que nuestra confusión ahora es a un nivel más alto y sobre cosas más importantes.

Agradecimientos

Parcialmente financiado por los proyectos PID-2020-112517GBI00 de la AEI y MCIU/AEI/10.13039/501100011033/FEDER, UE. J. I. Díaz Díaz es miembro del IMI de la UCM.

Referencias bibliográficas

- Acheson, D. J. (1990). *Elementary fluid dynamics*. Clarendon Press. <https://n9.cl/aches>
- Calvo, N., Díaz, J. I., Durany, J., Schiavi, E. & Vázquez, C. (2002). On a doubly nonlinear parabolic obstacle problem modelling ice sheet dynamics. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 63(2), 683-707. Consultado el 04-12-2024, en <http://www.jstor.org/stable/3648788>
- Costa González, A. F. (2022). Decoraciones de monumentos islámicos como recurso para ilustrar ideas

matemáticas. *Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 111(1), 1-14.

Díaz, J. I. & Shmarev, S. (2009). Lagrangian approach to the study of level sets: Application to a free boundary problem in climatology. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 194(1), 75-103. <https://doi.org/10.1007/S00205-008-0164-Y>

Eggers, J. & Fontelos, M. A. (2015). *Singularities: Formation, structure, and propagation*. Cambridge University Press.

Fleury, V., Gouyet, J. & Leonetti, M. (2013). *Branching in nature: Dynamics and morphogenesis of branching structures, from cell to river networks*. Springer Berlin Heidelberg. <https://n9.cl/fleury>

Golubitsky, M., Stewart, I. & Schaeffer, D. (2000). *Singularities and groups in bifurcation theory*. Springer New York. <https://n9.cl/golub>

Guyon, E., Hulin, J. P. & Petit, L. (2005). *Ce que disent les fluides: La science des écoulements en images*. Berlin - "Pour la science".

Knight, C. A. (1987). Slush on lakes. En D. E. Loper & M. Nijhoff (Eds.), *Structure and dynamics of partially solidified systems*. <https://n9.cl/knigh>

Knight, C. A. (1988). Formation of slush on floating ice. *Cold Regions Science and Technology*, 15(1), 33-38. [https://doi.org/10.1016/0165-232X\(88\)90035-3](https://doi.org/10.1016/0165-232X(88)90035-3)

León, M. d. & Timón, Á. (2015). *Las matemáticas de los cristales*. Editorial CSIC Consejo Superior de Investigaciones Científicas. <https://n9.cl/deleo>

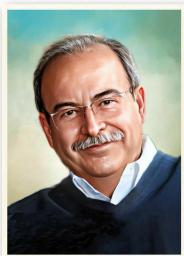
Markowich, P. (2006). *Applied partial differential equations: A visual approach*. Springer Berlin Heidelberg. <https://n9.cl/marko>

Murray, J. D. (2003 – 2004). *Mathematical biology* (3rd ed.). Springer.

Paterson, L. (1981). Radial fingering in a Hele Shaw cell. *Journal of Fluid Mechanics*, 113, 513-529. <https://doi.org/10.1017/S0022112081003613>

Thompson, D. A. W. (1992). *On growth and form*. Dover Publications. <https://n9.cl/thomps>

Tsai, V. & Wetlaufer, J. (2007). Star patterns on lake ice. *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*, 75, 066-105. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.75.066105>



Jesús Ildefonso Díaz Díaz (Toledo, dic. 1950)

Estudió Ciencias Matemáticas en la Universidad Complutense de Madrid (promoción 1968–73) leyendo su tesis doctoral en 1976, en Ciencias Matemáticas por la misma Universidad, bajo la dirección de Alberto Dou y con la tutela científica de Haim Brezis (Univ. de Paris VI) y Philippe Benilan (Univ. de Besançon). Fue profesor Agregado de la Universidad de Santander en 1980, y en 1983 tomó posesión como Catedrático de la Universidad Complutense de Madrid, en la que desde septiembre de 2021 es Profesor Emérito. Ha sido fundador y director del Departamento de Matemática Aplicada de la UCM (de 1986 a 1994) y del Instituto de Matemática Interdisciplinar (IMI) de la UCM (de 2006 a 2008 y de 2012 a 2016). Su actividad investigadora, principalmente en ecuaciones en derivadas parciales no lineales, fue reconocida con el nombramiento de Doctor Honoris Causa por la Université de Pau et des Pays de l'Adour, Francia (29 de marzo de 1996). Ingresó en la Real Academia de Ciencias de España en 1997 y desde septiembre de 2024 es el Presidente de su Sección de Matemáticas. Ha sido fundador y primer editor de la Revista de la Real Academia de Ciencias. Serie A: Matemáticas (RACSAM) desde enero de 2001 hasta 2004. En 1980 obtuvo el Premio de Matemáticas de la Real Academia de Ciencias, en 1989 el Premio de la Academia Canaria de Ciencias, de la que es Académico Correspondiente desde 1989. En el 2015 obtuvo el Grand Prix Jacques-Louis Lions de la Académie des Sciences de Francia (entrega solemne el 13 de octubre de 2015).

En 1979, fue organizador del Primer Congreso de Ecuaciones Diferenciales y Aplicaciones (CEDYA) cuya celebración periódica (actualmente bienal) se ha mantenido hasta nuestros días (en junio de 2024 se celebró la 21^a reunión). Fundador (en 1990) y Presidente (1991) de la Sociedad Española de Matemática Aplicada (SEMA), fue miembro también del Comité Ejecutivo para la refundación de la Real Sociedad Española de Matemáticas (de 1996 a 2001).

En el ámbito internacional, ha sido miembro activo de varios comités distinguidos de la International Mathematical Union. Desde enero de 2017 es miembro de la European Academy of Sciences. También fue miembro del Comité Español para el Año Mundial de las Matemáticas (CEAM) y del Comité de la Comunidad de Madrid (M2000M). Fue organizador (y editor de un libro conmemorativo) de la Jornada Matemática celebrada en el Congreso de los Diputados el 21 de enero de 2000.

Autor de numerosas publicaciones (que sobrepasan el número de 550 en la actualidad, de las que más de ochenta atañen a aspectos de divulgación y de historia de la Matemática) y director de 22 tesis doctorales. Es miembro del Consejo Editorial de numerosas revistas. Ha sido responsable de numerosos proyectos de investigación (nacionales e internacionales: entre ellos el proyecto europeo ITN «FIRST» de 2009 a 2013 de cuatro millones de euros de presupuesto), de acciones integradas con Francia, Italia y Alemania y de contratos de asesoramiento a entidades tales como el CIEMAT, el Instituto Nacional de Meteorología y el Hospital Universitario de la Paz, entre otros.

✉ jidiaz@ucm.es

✉ Universidad Complutense de Madrid