PEQUEÑA CRÍTICA DEL MÉTODO ISALOBÁRICO

Por JOSÉ MARÍA JANSÁ GUARDIOLA, Meteorólogo, Comandante asimilado.

Segundo premio bis de nuestro Concurso.

En la práctica diaria del análisis del tiempo conserva una gran importancia el antiguo método isolabárico, tanto por su valor propio como por su íntima conexión con los elementos dinámicos, frentes, masas de aire, etc. El meteorólogo no puede, pues, prescindir de usarlo, y, por tanto, le conviene conocer su exacta significación para no caer en los dos defectos, igualmente perniciosos, de menospreciarlo o de sobrepreciarlo. Con este objeto vamos a aplicarlo a algunos casos ideales de extremada sencillez que permitan un análisis teórico, puesto que en los casos reales, siempre complicados, suelen quedar enmascaradas las verdaderas relaciones entre el campo isobárico y sus futuras modificaciones y el campo isalobárico, tendiéndose casi siempre a exagerar la importancia de estas relaciones. Pretendemos reducir la confianza en el método a sus justos límites, sin que deba verse en nuestro propósito ninguna intención despectiva, pues, por el contrario, ya hemos dicho que lo consideramos como uno de los mejores instrumentos de que disponemos.

Dado el carácter teórico de nuestro trabajo, vamos a limitarnos a las variaciones instantáneas, considerando sucesivamente el caso de una depresión aislada y el de una serie regular de depresiones. Las variaciones de presión pueden proceder, bien de cambios intrínsecos del meteoro, caracterizados por la variación de los parámetros que lo definen, o bien por su movimiento; tendremos que considerar, pues, todas estas posibilidades.

La variación instantánea es, sencillamente, la derivada de la presión con relación al tiempo.

DEPRESION AISLADA

Supongamos una depresión circular aislada, abierta en un campo de presión uniforme. Tomemos coordenadas polares con el polo en el centro de la depresión, y llamemos φ al argumento y ρ al radio vector de un punto cualquiera. Sean P, a y D tres constantes: P representa la presión uniforme fuera de la depresión; a, la semiprofundidad de la misma, y D, su diámetro. Designemos por p la presión en el punto de coordenadas φ, ρ. Para $\rho > \frac{D}{2}$ será, por tanto $p = P$, mientras que para $\rho \leqq \frac{D}{2}$ supondremos que la presión venga dada por la expresión

$$p = P - a \cdot \left(1 + \cos \frac{2\pi}{D} \rho\right), \qquad [I]$$

independiente de φ por la supuesta simetría circular de la depresión. Las isóbaras son circunferencias concéntricas. La presión en el centro (mínima) será $p_0 = P - 2a$. Para concretar, aplicaremos nuestros cálculos a un ejemplo numérico, haciendo $P = 1.020$ mbs., $a = 15$ mbs., y $D = 2.400$ kilómetros. Adoptaremos, mientras no se advierta lo contrario, como unidades, el milibar, el kilómetro y la hora.

Como los parámetros que definen la depresión son dos, habrá dos posibilidades de variación intrínseca, y teniendo en cuenta además la variación producida por movimiento, resultan tres casos elementales. Vamos a tratar sucesivamente de ellos y de sus combinaciones por superposición.

Depresión inmóvil que se ahonda o rellena.—Corresponde a la variación de a sola. La variación instantánea será:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial a} \cdot \frac{da}{dt}. \qquad [II]$$

La derivada parcial se calcula inmediatamente:

$$\frac{\partial p}{\partial a} = -\left(1 + \cos \frac{2\pi}{D} \rho\right). \qquad [III]$$

Las curvas de igual variación son circunferencias concéntricas con las isobaras. La variación nula ocurre en la circunferencia límite. La máxima en el centro, y vale $-2\frac{da}{dt}$. Si la depresión se ahonda $\frac{da}{dt}$ es positiva, y $\frac{dp}{dt}$ resulta negativa; es decir, la presión disminuye en todo el campo, y al contrario si la depresión se rellena. Por el motivo que luego se dirá, tomamos $\frac{da}{dt} = \frac{\pi a}{D}$, con lo cual la variación máxima resulta $= -2\frac{\pi a}{D}$, que sustituyendo valores numéricos nos da $-0{,}03927$ milibares por hora.

Depresión inmóvil que se extiende o reduce.—Si cambia solamente D, la variación instantánea será:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial D} \cdot \frac{dD}{dt}, \qquad \text{[IV]}$$

y la derivada parcial,

$$\frac{\partial p}{\partial D} = -\frac{2\pi a}{D^2} \cdot \rho \operatorname{sen} \frac{2\pi}{D}\rho. \qquad \text{[V]}$$

Las curvas de igual variación son también circunferencias concéntricas. La variación nula se obtiene en el centro y en la circunferencia límite. La máxima se obtendrá derivando la ecuación [V] con relación a ρ, o sea:

$$\operatorname{sen} \frac{2\pi}{D}\rho + \frac{2\pi}{D}\rho \cos \frac{2\pi}{D}\rho = 0;$$

es decir:

$$\operatorname{tang} \frac{2\pi}{D}\rho = -\frac{2\pi}{D}\rho.$$

La solución de esta ecuación da:

$$\frac{2\pi}{D}\rho = 116^\circ\ 15';$$

y por tanto, para nuestro ejemplo numérico, si se hace $\frac{dD}{dt} = 1$ (es decir, la depresión se ensancha a razón de un kilómetro por hora), resulta:

$$\rho_{máx} = 775 \text{ kms.}$$

y

$$\left(\frac{dp}{dt}\right)_{máx} = 0{,}01122 \text{ mb/h.},$$

lo cual significa que a lo largo de toda la circunferencia de radio 775 kms., la variación de presión es máxima, y baja 0,01122 milibares por hora.

Si en vez de ensancharse la depresión se reduce, o sea $\frac{dD}{dt}$ es negativo, la presión se eleva en todo el campo.

Depresión móvil e invariable.—Supongamos que la depresión se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme sin modificarse. En un punto cualquiera la presión variará por este solo motivo, y si se toma por eje polar y a la vez de abscisas en un sistema cartesiano la trayectoria del centro, la variación instantánea será la siguiente:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} = -g_x \cdot v;$$

donde g_x representa el gradiente de presión en la dirección x y v la velocidad de traslación. El signo *menos* aparece porque los gradientes se miden en el sentido de las presiones decrecientes.

El interés está, como siempre, en la derivada parcial, que es fácil de calcular:

$$g_x = -\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{2\pi a}{D} \cdot \frac{x}{\rho} \cdot \operatorname{sen} \frac{2\pi}{D}\rho = -$$

$$= -\frac{2\pi a}{D} \cos\varphi \cdot \operatorname{sen} \frac{2\pi}{D}\rho. \qquad \text{[VII]}$$

Para tener una representación gráfica de esta función determinaremos las curvas que tienen por ecuación $g_x = k$ (k constante), o sea las isalóbaras de variación instantánea para $v = 1$. La construcción de estas curvas presenta especiales dificultades, porque el radio vector ρ aparece bajo el signo *seno*. (Véase nota I.)

La variación nula se obtendrá escribiendo:

$$\cos\varphi \cdot \operatorname{sen} \frac{2\pi}{D}\rho = 0,$$

que se descompone en estas dos:

$$\cos\varphi = 0,$$

$$\operatorname{sen} \frac{2\pi}{D}\rho = 0.$$

La primera es la ecuación del eje de las *y*, y la segunda se vuelve a descomponer así:

$$\rho = 0,$$

$$\rho = \frac{D}{2},$$

que representan, respectivamente, el origen de coordenadas y la circunferencia límite. El valor máximo de k será $\frac{2\pi a}{D}$ que corresponde al punto de coordenadas $\varphi = \pi$, $\rho = \frac{D}{4}$. Los valores intermedios de k dan curvas cuya forma se ve en la figura 1. Los valores positivos de k dan curvas completamente contenidas en el semicírculo posterior, y los negativos las dan contenidas en el anterior. El valor mínimo $-\frac{2\pi a}{D}$ corresponde, análogamente, al punto de coordenadas $\varphi = 0$, $\rho = \frac{D}{4}$. Todas las isalóbaras son simétricas con relación al eje de las x, y la figura lo es, además, con relación al eje de las *y* si se prescinde del signo de k.

Los valores numéricos de nuestro ejemplo nos dan $\frac{2\pi a}{D} = 0{,}03927$. Este será, pues, también el gradiente máximo absoluto, que equivale a casi cuatro milibares por cien kilómetros. Si la perturbación marcha con una velocidad de 35 kms. por hora, resulta una variación instantánea máxima de unos cuatro milibares en tres horas. Esta variación máxi-

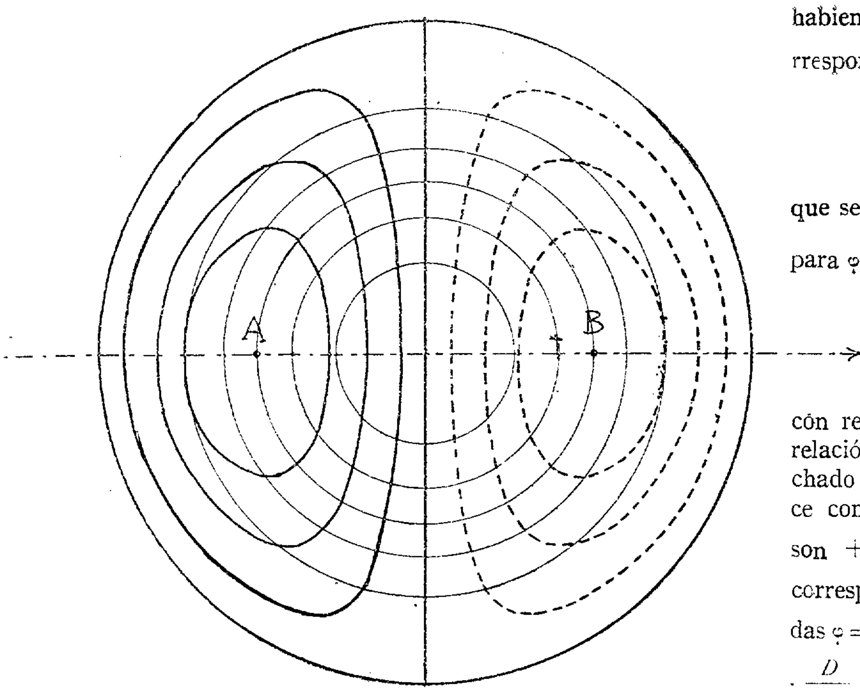

Fig. 1.

ma ocurre en el punto medio del radio situado sobre la trayectoria.

Depresión móvil que se ahonda o rellena.—Veamos cómo se transforman las curvas de igual variación en el caso de una depresión que se traslada al mismo tiempo que se ahonda o rellena. Se tendrá:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial v} \cdot \frac{dv}{dt} + \frac{\partial p}{\partial a} \cdot \frac{da}{dt}. \qquad \text{[VIII]}$$

Si se hace simultáneamente $\frac{dv}{dt} = \frac{da}{dt} = 1$, las variaciones de presión debidas a ambos motivos resultan desproporcionadas: la variación producida por la traslación resulta, como sabemos, igual a 0,039 mbs. por hora; en cambio, la producida por el ahondamiento hemos visto que será de dos milibares por hora; la primera sería despreciable en comparación con ésta. Para hacerlas del mismo orden de magnitud, escribiremos que las variaciones máximas debidas a ambas causas son iguales, poniendo $\frac{dv}{dt} = 1$, $\frac{da}{dt} = \frac{\pi a}{D}$. Esta es la razón por la cual ya anteriormente hemos tomado este valor de $\frac{da}{dt}$. La variación instantánea será, pues:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial v} + \frac{\partial p}{\partial a} \cdot \frac{\pi a}{D} = k;$$

es decir:

$$\frac{2\pi a}{D} \cos\varphi \cdot \operatorname{sen} \frac{2\pi}{D} \rho - \frac{\pi a}{D} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{D} \rho\right) = k;$$

o sea:

$$2 \cos\varphi \cdot \operatorname{sen} \frac{2\pi}{D} \rho - \cos \frac{2\pi}{D} \rho = k^1, \qquad \text{[IX]}$$

habiendo puesto $k' = 1 + k \frac{D}{\pi a}$. A la variación nula corresponde la ecuación

$$2 \cos\varphi \cdot \operatorname{sen} \frac{2\pi}{D} \rho - \cos \frac{2\pi}{D} \rho = 1,$$

que se satisface para $\rho = \frac{D}{2}$, cualquiera que sea φ, pero no para $\varphi = \frac{\pi}{2}$, independientemente de ρ; esto quiere decir que la circunferencia límite continúa siendo una curva de variación instantánea nula, pero ya no lo es el diámetro perpendicular a la trayectoria. La figura de las isalóbaras es simétrica con relación a la trayectoria, pero ha dejado de serlo con relación al eje transverso: el núcleo de baja se ha ensanchado y profundizado en detrimento del de alza, que aparece como un menguante lunar. Los valores extremos de k son $+ \frac{D}{\pi a} \cdot 1{,}23607$, y $- \frac{D}{\pi a} \cdot 3{,}23607$ (véase nota II), correspondientes, respectivamente, a los puntos de coordenadas $\varphi = \pi, \rho = (116^\circ\ 34') \cdot \frac{D}{2\pi}$ y $\varphi = 0, \rho = (-63^\circ\ 26') \cdot \frac{D}{2\pi}$. Los valores numéricos de nuestro ejemplo nos dan 776 y 422 kilómetros. Si la depresión, en vez de ahondarse mientras progresa, se hubiese rellenado, el efecto sería inverso. En efecto, si en la ecuación [VIII] se cambian los signos de $\frac{dp}{dt}$, $\frac{dv}{dt}$ y $\frac{da}{dt}$, la ecuación subsiste. La figura 2 representa gráficamente los resultados obtenidos, y la misma figura, transformada por simetría a la vez que se cambian los signos de todas las isalóbaras, sirve también para la depresión que avanza y se rellena.

El mismo resultado puede obtenerse más rápidamente y con suficiente exactitud por el siguiente procedimiento gráfico: puesto que la variación de presión dada por la ecuación [VIII] es simplemente la suma algebraica de las que dan las ecuaciones [II] y [IV], bastará superponer las figuras correspondientes a estos casos, y los puntos de intersección de las diferentes curvas nos darán por suma o diferencia de sus cotas otros tantos puntos, correspondientes a la figura compuesta.

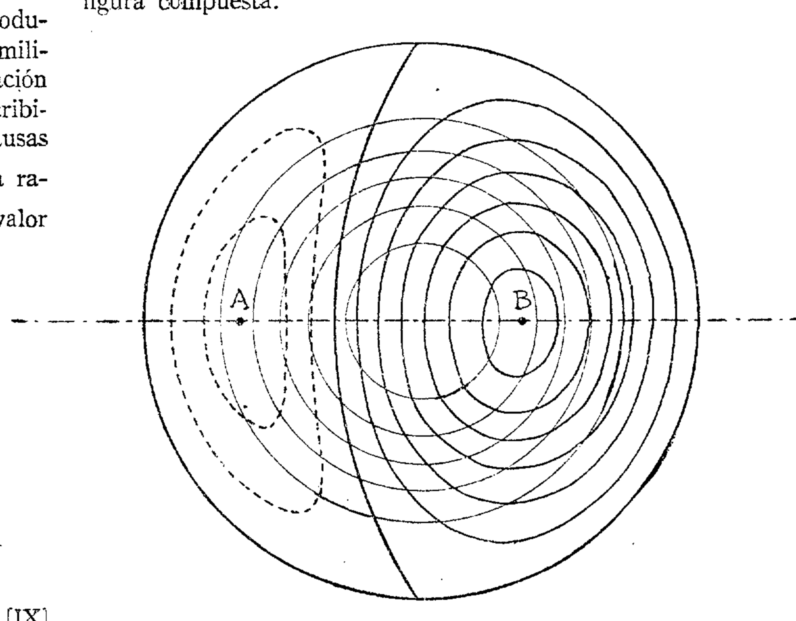

Fig. 2.

Depresión móvil que se extiende o reduce.—Supongamos ahora que la depresión se ensancha mientras avanza sin variar su profundidad. La ecuación de una curva de igual variación viene dada por la expresión

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial v} \cdot \frac{dv}{dt} + \frac{\partial p}{\partial D} \cdot \frac{dD}{dt}. \qquad [X]$$

Como los valores máximos de las dos derivadas parciales son en este caso comparables, tomaremos simultáneamente $\frac{dv}{dt} = \frac{dD}{dt} = 1$, y la ecuación de una isalóbara será:

$$\frac{2\pi a}{D} \cos\varphi \cdot \operatorname{sen} \frac{2\pi}{D}\rho - \frac{2\pi a}{D^2} \cdot \operatorname{sen} \frac{2\pi a}{D^2}\rho = k. \qquad [XI]$$

Poniendo, como de costumbre,

$$k \frac{D}{2\pi a} = k^1,$$

toma la forma

$$\left(\cos\varphi - \frac{\rho}{D}\right) \cdot \operatorname{sen}\frac{2\pi}{D}\rho = k^1.$$

A la variación nula corresponde la ecuación

$$\left(\cos\varphi - \frac{\rho}{D}\right) \cdot \operatorname{sen}\frac{2\pi}{D}\rho = 0,$$

que se desdobla así:

$$\cos\varphi - \frac{\rho}{D} = 0,$$

$$\operatorname{sen}\frac{2\pi}{D}\rho = 0.$$

La segunda representa el origen de coordenadas y la circunferencia límite, y la primera representa una circunferencia de radio igual al de la depresión, y que pasa por su centro. Las variaciones extremas se obtendrán derivando, con relación a ρ, la ecuación que resulta cuando se pone $\varphi = 0$, o bien $\varphi = \pi$; es decir:

$$2\pi \cos\frac{2\pi}{D}\rho \cdot \left(\pm 1 - \frac{\rho}{D}\right) - \operatorname{sen}\frac{2\pi}{D}\rho = 0,$$

o sea:

$$\operatorname{tang}\frac{2\pi}{D}\rho = 2\pi \cdot \left(\pm 1 - \frac{\rho}{D}\right).$$

Tomando el signo superior se encuentra el máximo para $\frac{2\pi}{D}\rho = 78^\circ\ 36'$, que con los valores numéricos de nuestro ejemplo corresponde a $\rho = 524$ kms., $k = 0{,}0301$ mbs. por hora. Tomando el signo inferior resulta el mínimo para $\frac{2\pi}{D}\rho = 97^\circ\ 12'$, que con nuestros valores numéricos corresponde a $\rho = 648$ kms., $k = -0{,}0495$ mbs. por hora. Para los valores intermedios de k se obtienen las curvas dibujadas en nuestra figura 3 (véase nota III). Toda la configuración de las isalóbaras continúa siendo simétrica con relación a la trayectoria, pero no con relación al eje transverso. El núcleo de baja se ha ensanchado y profundizado, en detrimento del de

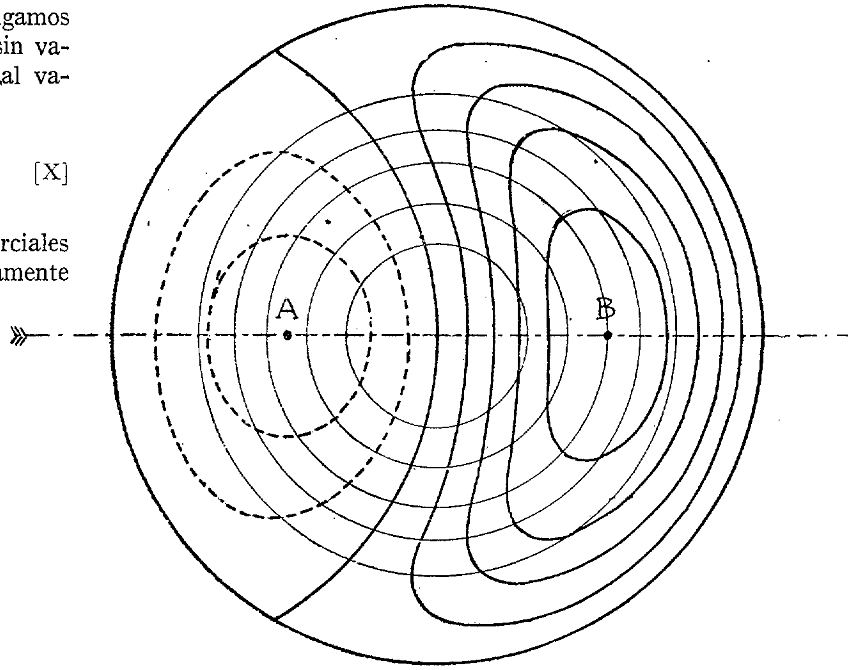

Fig. 3.

alza, que se ha reducido y debilitado, apareciendo el primero como un creciente lunar. Si la depresión, en vez de ensancharse mientras avanza, se hubiese reducido, el efecto sería inverso, como se demuestra cambiando los signos de $\frac{dp}{dt}$, $\frac{da}{dt}$ y $\frac{dD}{dt}$ en la ecuación [X]. La comparación de las dos figuras correspondientes al ahondamiento y al ensanchamiento de la depresión móvil (figs. 2 y 3), demuestra que estos dos efectos no pueden confundirse, a pesar de que ambos traen consigo una exageración del núcleo de baja y una reducción del de alza; pero el encurvamiento de las isalóbaras en los dos casos es inverso, pues mientras en el primero la concavidad está vuelta en el sentido de la marcha, en el segundo se vuelve en sentido contrario.

Caso general.—La variación total en el caso general se obtendrá sumando las variaciones parciales:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial v} \cdot \frac{dv}{dt} + \frac{\partial p}{\partial a} \cdot \frac{da}{dt} + \frac{\partial D}{\partial D} \cdot \frac{dD}{dt}. \qquad [XII]$$

Si la depresión se ahonda y ensancha, $\frac{da}{dt}$ y $\frac{dD}{dt}$ son ambas positivas. Poniendo en lugar de las derivadas parciales los valores encontrados antes, y haciendo $\frac{dv}{dt} = 1$, $\frac{da}{dt} = \frac{\pi a}{D}$ y $\frac{dD}{dt} = 1$, se llega a la ecuación

$$2 \cdot \left(\cos\varphi - \frac{\rho}{D}\right) \operatorname{sen}\frac{2\pi}{D}\rho - \cos\frac{2\pi}{D}\rho = k^1, \qquad [XIII]$$

$$k^1 = 1 + \frac{D}{\pi a} k,$$

la cual podría tratarse por un método análogo al seguido en los casos anteriores. No lo haremos. La figura podría obtenerse por superposición de las correspondientes a los casos anteriores. Si la depresión se rellena y reduce, las dos deriva-

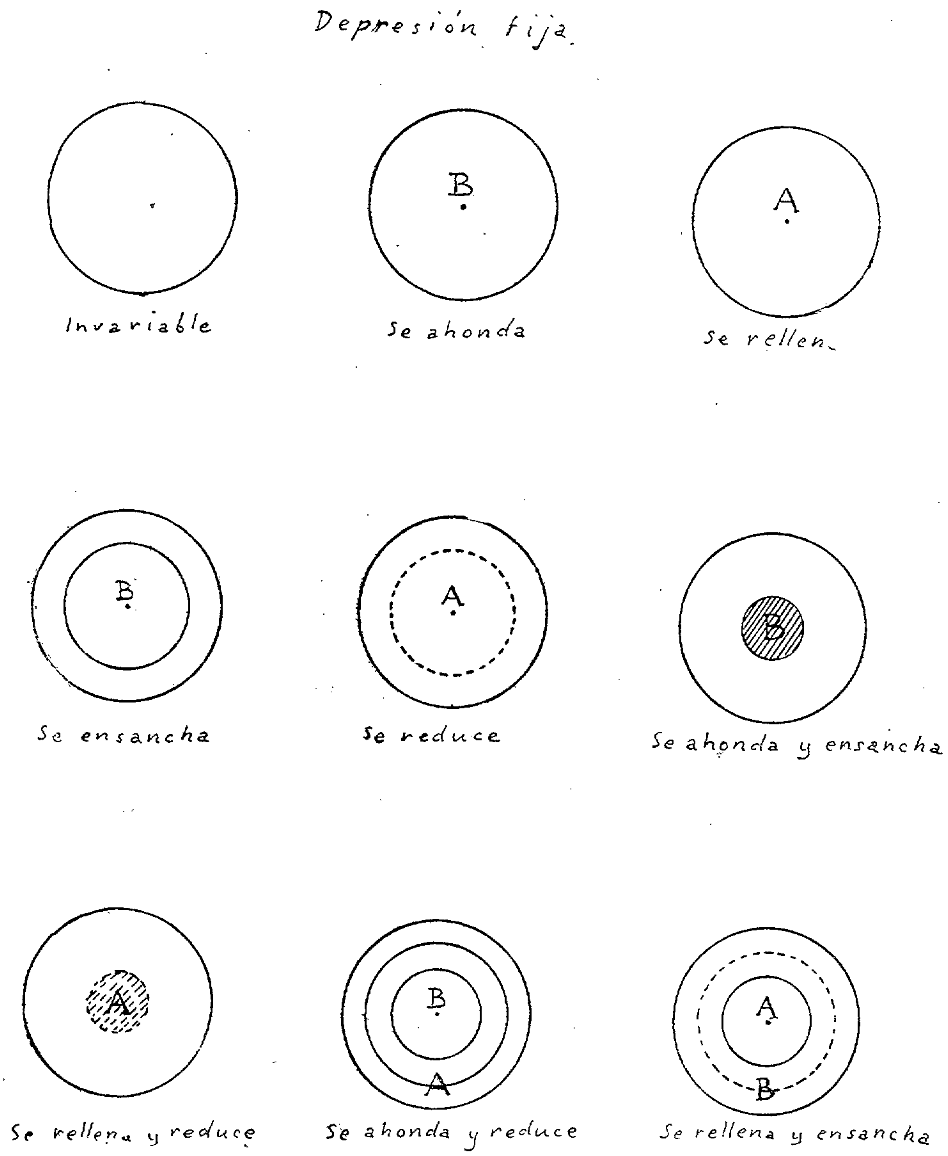

Fig. 4.

das $\frac{da}{dt}$ y $\frac{dD}{dt}$ serán negativas; si se rellena y ensancha, $\frac{da}{dt}$ será negativa y $\frac{dD}{dt}$ positiva, y si se ahonda y reduce, $\frac{da}{dt}$ será positiva y $\frac{dD}{dt}$ negativa.

* * *

De todo lo que precede se deducen las siguientes reglas, que permiten descubrir la tendencia de una depresión por el examen de la configuración de los núcleos de variaciones que le están ligados (véanse figs. 4 y 5):

1.° Faltan completamente los dos núcleos: depresión inmóvil e invariable.

2.° Núcleo de baja concéntrico con la depresión; máximo en el centro; falta el núcleo de alza: depresión inmóvil que se ahonda.

3.° Núcleo de alza concéntrico con la depresión; máximo en el centro; falta el núcleo de baja: depresión inmóvil que se rellena.

4.° Núcleo de baja concéntrico con la depresión; máximo sobre una circunferencia intermedia (toda la curva); falta el núcleo de alza: depresión inmóvil que se ensancha.

5.° Núcleo de alza concéntrico con la depresión; máximo sobre una circunferencia intermedia (toda la curva); falta el núcleo de baja: depresión inmóvil que se reduce.

6.° Núcleo de baja concéntrico con la depresión; región central de variación casi constante y máxima; falta el núcleo de alza: depresión inmóvil que se ahonda y ensancha.

7.° Núcleo de alza concéntrico con la depresión; región central de variación casi constante y máxima; falta el núcleo de baja: depresión inmóvil que se rellena y reduce.

8.° Núcleo de baja concéntrico con la depresión con máximo central, rodeado de un núcleo de alza en forma de corona circular con máximo extendido a lo largo de una circunferencia intermedia: depresión inmóvil que se ahonda y reduce.

9.° Núcleo de alza concéntrico con la depresión con máximo central, rodeado de un núcleo de baja en forma de corona circular con máximo extendido a lo largo de una circunferencia intermedia: depresión inmóvil que se rellena y ensancha.

Todos estos casos, caracterizados por la simetría central, corresponden a una depresión inmóvil (centro de acción negativo).

10. Núcleos de alza y de baja colocados simétricamente con relación a un eje, de igual forma y valor absoluto: depresión que avanza sin modificarse; la normal al citado eje de simetría (que lo es también a su vez) determina la trayectoria que pasa por los dos puntos de variación máxima.

11. Núcleo de baja más extenso y profundo que el de alza y de forma elíptica; núcleo de alza falciforme: depresión que avanza y se ahonda sin variar de extensión.

12. Núcleo de alza más extenso y profundo que el de baja y de forma elíptica; núcleo de baja falciforme: depresión que avanza y se rellena sin variar de extensión.

13. Núcleo de baja más extenso y profundo que el de alza, falciforme; núcleo de alza elíptico: depresión que avanza y se ensancha sin variar de profundidad.

14. Núcleo de alza más extenso y profundo que el de baja, falciforme; núcleo de baja elíptico: depresión que avanza y se reduce sin variar de profundidad.

15. Núcleo de baja más extenso y profundo que el de

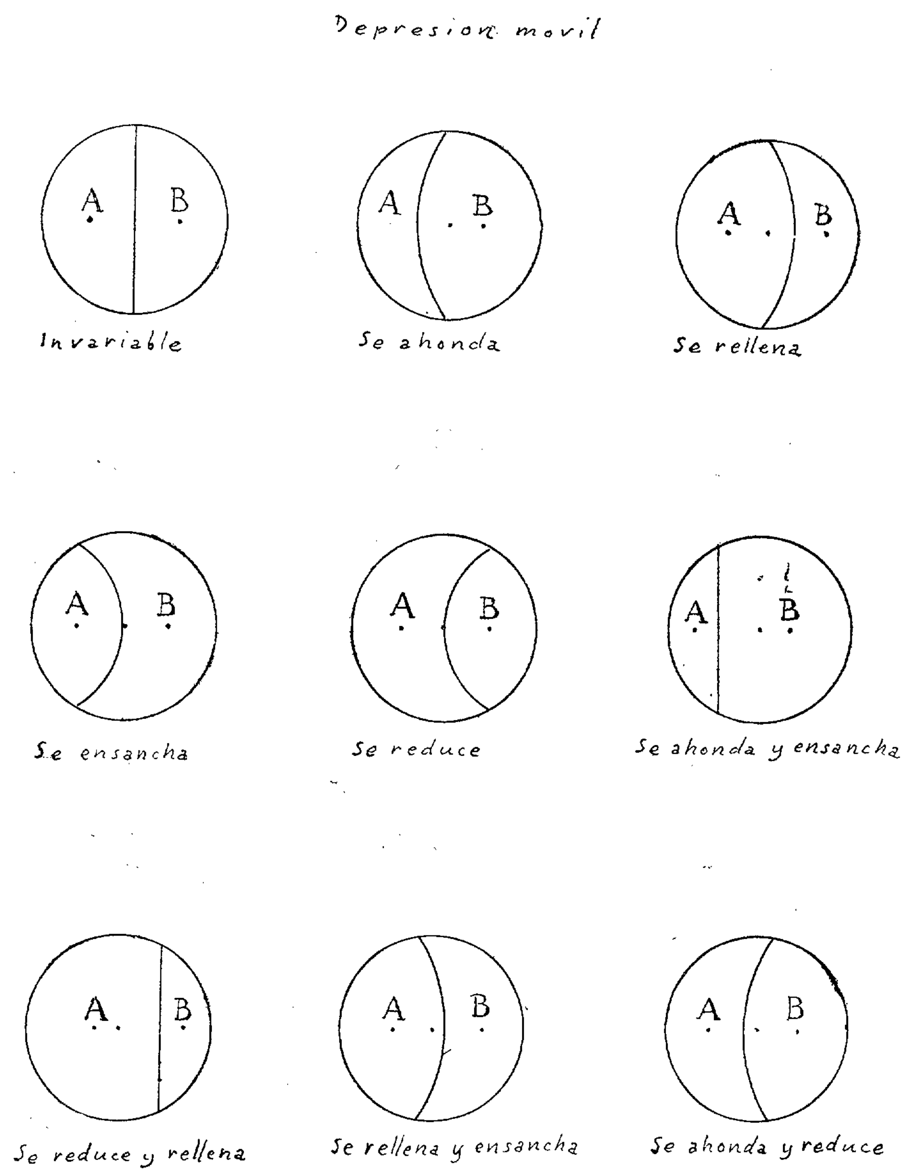

Fig. 5.

alza, pero ambos en forma de segmento circular: depresión que avanza mientras se ahonda y ensancha.

16. Núcleo de alza más extenso y profundo que el de baja, pero ambos en forma de segmento circular: depresión que avanza mientras se rellena y reduce.

17. Núcleos de alza y de baja de extensión parecida; el de alza redondeado y el de baja falciforme: depresión que avanza mientras se rellena y ensancha.

18. Núcleos de alza y de baja de extensión parecida, el de baja redondeado y el de alza falciforme: depresión que avanza mientras se ahonda y reduce.

Los nueve últimos casos se caracterizan por tener simetría axial, y corresponden a una depresión móvil o ciclón. El eje de simetría representa la trayectoria y pasa por los dos puntos de variación máxima. Disponemos, pues, de un criterio sinóptico para distinguir una depresión fija de un ciclón, a saber:

1.° Los dos núcleos de variaciones constituyen una configuración de simetría central: depresión fija.

2.° Los dos núcleos constituyen una configuración de simetría axial: depresión móvil.

Ahora conviene hacer las dos observaciones siguientes:

En cuanto al espacio: La región ocupada por los dos núcleos de variaciones no excede en ningún sentido de la región ocupada por la depresión, sino que *coincide exactamente con ella*. En este sentido no permite sacar ninguna conclusión para los puntos situados *fuera* de esta región.

En cuanto al tiempo: Las variaciones indican la tendencia que *llevaba* la perturbación hasta el momento de la observación, pero no indican nada para *después*.

No obstante, por razones de continuidad se puede admitir sin riesgo que las indicaciones proporcionadas por el examen de los núcleos de variaciones, valen también para *fuera* y para *después*, es decir, para ciertas regiones situadas en la proximidad de la región perturbada y para un cierto tiempo futuro. Solamente la experiencia puede decidir cuál es la extensión en espacio y en tiempo hasta la cual se puede extender la validez de la previsión.

SUCESION DE DEPRESIONES

Es sabido que la mayor importancia práctica del método de las variaciones no se encuentra en su aplicación a una perturbación aislada, sino a una sucesión periódica de perturbaciones sucesivas que recorren una misma trayectoria.

En lugares de las coordenadas polares, escogeremos ahora, por ser más cómodo para el nuevo problema, un sistema cartesiano con el eje de las x coincidiendo con dicha trayectoria. En un instante dado (tomado como origen de los tiempos) el campo de la presión puede representarse por una expresión del tipo

$$p = P - \frac{a}{2} \cdot \left(1 + \cos \frac{2\pi}{a} y \right) \operatorname{sen} \frac{2\pi}{\lambda} x, \qquad [XIV]$$

con la condición $-\frac{a}{2} < y < \frac{a}{2}$. Suponemos la presión constante e igual a P fuera de esta zona. La distribución de presiones a lo largo de una paralela al eje de las x es, pues, una onda sinusoidal de longitud λ y de amplitud decreciente desde el valor $\frac{a}{2}$, que corresponde al eje mismo, hasta la amplitud cero sobre las paralelas $y = \pm \frac{a}{2}$. Las isóbaras son curvas ovaladas interiores a los rectángulos de lados $y = \pm \frac{a}{2}$, $x = k \frac{\lambda}{2}$. La presión es mínima y vale $P - \frac{a}{2}$ en los puntos de coordenadas $y = 0$, $x = (4k + 1) \cdot \frac{\lambda}{4}$, y máxima con el valor $P + \frac{a}{2}$ en los puntos de coordenadas $y = 0$, $x = (4k + 3) \cdot \frac{\lambda}{4}$. Como hemos hecho en el caso de la depresión aislada, aplicaremos también nuestros cálculos a un ejemplo numérico, haciendo: $P =$ 1.005 mbs., $a =$ 15 mbs. y $\alpha = \lambda =$ 2.400 kms. Para el trazado de las isóbaras véase nota IV.

Al tratar de la depresión aislada hemos estudiado separadamente los campos de variaciones producidas por la evolución interna del meteoro, por su movimiento o por ambas causas a la vez. Ahora no hay lugar a considerar el primer caso, porque en realidad no se puede presentar una cadena inmóvil de ondas, que no debe confundirse con un sistema de ondas estacionarias, contra cuya existencia no hay ninguna razón física. Supondremos, pues, que siempre existe movimiento de traslación, y estudiaremos sucesivamente el régimen permanente, o traslación pura, y el régimen variable, o

perpendiculares a la trayectoria por los puntos $x = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{4}$ que corresponden a la anulación del segundo factor. Las variaciones extremas valen, evidentemente, $\pm \frac{2\pi a}{\lambda}$. Con nuestros valores numéricos, y para $v = 1$, se obtiene $\pm$ 0,0927 milibares por hora. Las isalóbaras intermedias tienen la misma forma que las isóbaras, y están desplazadas, respectivamente, de ellas un cuarto de onda. Basta observar, en efecto, que la ecuación [XV] puede identificarse con la [XIV] prescindiendo de un factor numérico y de una traslación. El resultado obtenido puede verse en la figura 6.

Régimen variable.—Aunque hemos dicho que la consideración de las variaciones intrínsecas de la cadena de depresiones, con independencia de su movimiento, carece físicamente de importancia, tendremos que efectuar el cálculo de tales variaciones intrínsecas como un artificio puramente matemático, puesto que la variación de presión producida por el mo-

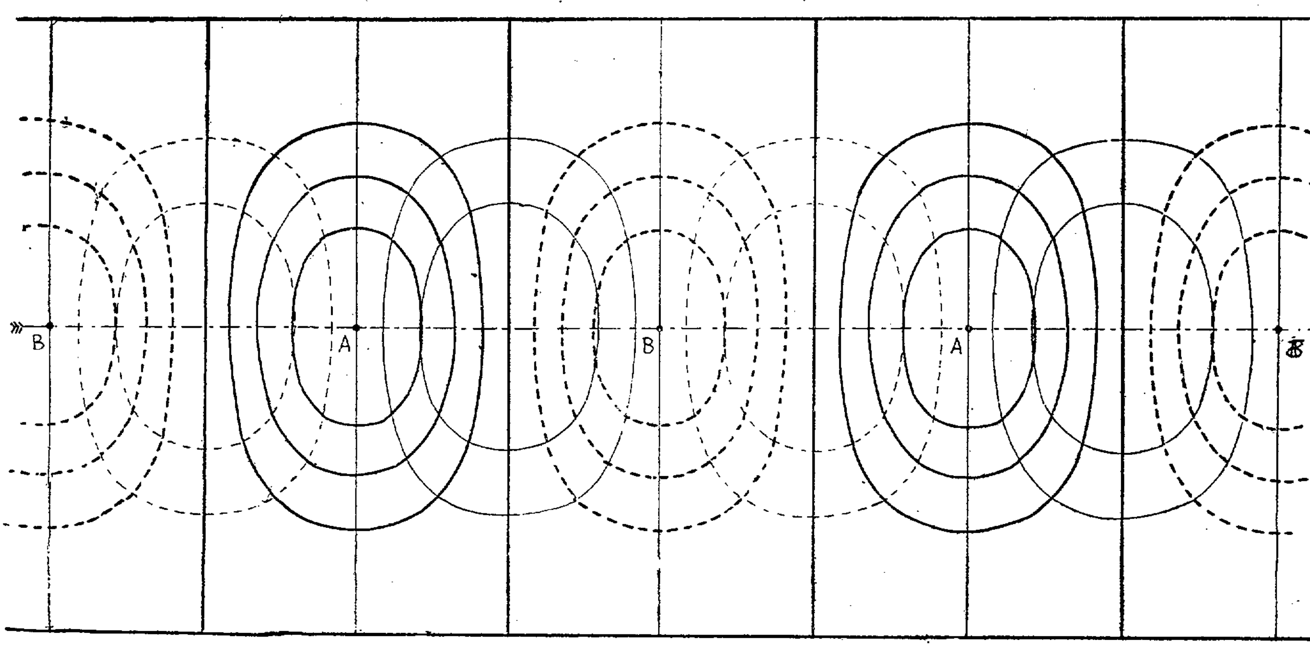

Fig. 6.

traslación acompañada de modificaciones internas. Como los parámetros que definen la onda son tres, habrá que considerar tres casos elementales y sus combinaciones.

Régimen permanente.—Es la corriente regular de perturbaciones de la escuela francesa. Supongamos que el tren de ondas avanza paralelamente al eje de las x, sin deformarse, con velocidad v constante. El campo de variación instantánea será:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} = -\left[\frac{\pi a}{\lambda} \cdot \left(1 + \cos \frac{2\pi}{\alpha} y\right) \cos \frac{2\pi}{\lambda} x\right] \cdot v. \quad [XV]$$

Es, pues, también una onda sinusoidal, de la misma longitud λ que la onda de presión, de amplitud alterada por la introducción del factor $\frac{\pi v}{\lambda}$ y adelantada con relación a ella un cuarto de onda.

La isalóbara de variación nula se compone de las dos paralelas que limitan la zona perturbada, que corresponden a la anulación del primer factor de [XV], y de los segmentos

vimiento de una sucesión de depresiones se descompone en dos sumandos, que dependen, uno, solamente del movimiento y el otro solamente de la evolución intrínseca. Pasemos a estudiar los tres casos elementales, caracterizados por la variación de cada uno de los tres parámetros a, α y λ.

Régimen que se agrava o se debilita.—Si al mismo tiempo que avanza un sistema de ondas varía la amplitud, tendremos:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial a} \cdot \frac{da}{dt} + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}.$$

La derivada parcial del primer término da:

$$\frac{\partial p}{\partial a} = -\frac{1}{2} \cdot \left(1 + \cos \frac{2\pi}{\alpha} y\right) \cdot \text{sen} \frac{2\pi}{\lambda} x,$$

que representa una onda en concordancia de fase con la onda de presión y de amplitud a veces menor. Tomando $\frac{da}{dt} = 2\frac{\pi a}{\alpha}$ resulta la variación máxima $\frac{2\pi a}{\alpha}$, o sea 0,03927 mbs. por hora con los valores numéricos arriba expresados. El campo isalobárico para el régimen que se agrava o debilita vendrá, pues, dado por la suma de los dos términos de la ecuación anterior, a saber:

$$\frac{dp}{dt}=-\left[\frac{\pi a}{\alpha}\cdot\left(1+\cos\frac{2\pi}{\alpha}y\right)\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\lambda}x+\right.$$
$$\left.+\frac{\pi a}{\lambda}\left(1+\cos\frac{2\pi}{\alpha}y\right)\cdot\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\cdot v\right].\qquad\text{[XVI]}$$

Haciendo $\alpha=\lambda$, como en nuestro ejemplo, y $v=1$, resulta:

$$\frac{dp}{dt}=-\frac{\pi a}{\lambda}\cdot\left(1+\cos\frac{2\pi}{\lambda}y\right)\cdot\left(\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\lambda}x+\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\right);$$

o sea:

$$\frac{dp}{dt}=-\sqrt{2}\cdot\frac{\pi a}{\lambda}\cdot\left(1+\cos\frac{2\pi}{\lambda}y\right)\cdot\cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{1}{8}\right),$$

que representa una onda adelantada un octavo de período con respecto a la onda de presión. El valor mínimo que corresponde evidentemente a $y=0$, $x=\lambda\cdot\left(k+\frac{1}{8}\right)$ es $-2\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{\pi a}{\lambda}$, y el máximo que corresponde a $y=0$, $x=\lambda\cdot\left(k+\frac{5}{8}\right)$ es de igual valor absoluto. Con los valores numéricos de nuestro ejemplo se obtiene $\pm$ 0,02777 mbs. por hora. Fuera de las hipótesis particulares hechas, la ecuación [XVI] nos da:

$$\frac{dp}{dt}=-\left(1+\cos\frac{2\pi}{\alpha}y\right)\cdot\left[\frac{1}{2}\frac{da}{dt}\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\lambda}x+\frac{\pi a v}{\lambda}\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\right]=$$
$$=-\frac{1}{2\cos\theta}\cdot\frac{da}{dt}\cdot\left(1+\cos\frac{2\pi}{\alpha}y\right)\cdot\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}x+\theta\right),$$

habiendo puesto $\frac{\pi a v}{\lambda}:\frac{1}{2}\frac{da}{dt}=\operatorname{tang}\theta$. La onda isalobárica está, pues, adelantada con relación a la onda de presión el ángulo θ, y la razón de amplitudes es $\frac{1}{\cos\theta}\cdot\frac{da}{dt}:a$, o bien $\frac{2\pi v}{\lambda\operatorname{sen}\theta}$ teniendo en cuenta la definición de θ. El caso particular considerado antes equivale a tomar $\theta=45°$. Las isalóbaras son, pues, en todo caso, curvas idénticas por su forma a las isóbaras, y por tanto, su trazado no ofrece dificultades nuevas. Cuando $\frac{da}{dt}$ es positivo, el régimen se agrava, y cuando es negativo, se debilita.

Régimen cuyo cauce se ensancha o estrecha.—La variación de α sola nos daría el término

$$\frac{\partial p}{\partial\alpha}\cdot\frac{d\alpha}{dt}=-\frac{\pi a y}{\alpha^2}\cdot\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\alpha}y\cdot\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\lambda}x\cdot\frac{d\alpha}{dt};$$

que representa una onda en concordancia de fase con la onda de presión; pero como la razón de amplitudes es ahora una función complicada de y, la cadena de núcleos de variaciones, alternativamente positivos y negativos, se escinde en sentido transversal, dando lugar a dos cadenas paralelas idénticas, formando una configuración simétrica con relación al eje de las x. El valor máximo de la variación se obtiene por un cálculo idéntico al hecho para una depresión aislada que varía de diámetro, y resulta del mismo valor que entonces, 0,01122 milibares, tomando también $\frac{d\alpha}{dt}=1$, y tiene lugar en los puntos de coordenadas $y=\pm 775$ kms., $x=(4k+1)\cdot 600$ kilómetros. Cada una de las dos cadenas de núcleos isalobáricos continúan teniendo forma parecida a la de la cadena de núcleos isobáricos.

El campo isalobárico para un régimen cuyo lecho se dilata o angosta vendrá, pues, dado por la suma de los dos términos

$$\frac{\partial p}{\partial\alpha}\cdot\frac{d\alpha}{dt}+\frac{\partial p}{\partial x}\cdot\frac{dx}{dt}=-\left\{\left[\frac{\pi a}{\alpha^2}y\cdot\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\alpha}y\cdot\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\lambda}x\right]\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\frac{d\alpha}{dt}+\frac{\pi a}{\lambda}\cdot\left[\left(1+\cos\frac{2\pi}{\alpha}y\right)\cdot\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\right]\cdot v\right\}\qquad\text{[XVII]}$$

Representa una onda de la misma longitud λ que la onda de presión; pero no solamente la razón de amplitudes, sino también la diferencia de fase son ahora funciones complicadas de y, como se comprueba escribiendo la última expresión en la forma

$$\frac{dp}{dt}=\left[\left(\frac{\pi a}{\alpha^2}y\cdot\frac{d\alpha}{dt}\cdot\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\alpha}y\right):\cos\theta\right]\cdot\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}x+\theta\right),$$

habiendo puesto

$$\frac{\alpha^2 v}{\lambda y}\left(1+\cos\frac{2\pi}{\alpha}y\right):\frac{d\alpha}{dt}\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\alpha}y=\operatorname{tang}\theta.$$

Con las simplificaciones $\alpha=\lambda$, $v=1$ y $\frac{d\alpha}{dt}=1$ tenemos:

$$\operatorname{tang}\theta=\frac{\lambda}{v}\cdot\left(1+\cos\frac{2\pi}{\lambda}y\right):\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\lambda}y.$$

Las figuras correspondientes se obtienen, como de ordinario, por el método de superposición (fig. 7).

Alteración de la longitud de onda.—La longitud de onda λ es la constante característica del régimen, y por su íntimo enlace con las condiciones fundamentales de un sistema físico, no puede sufrir alteraciones sino en períodos de transición, durante los cambios de régimen, e irán ordinariamente acompañados de cambios de trayectoria y profundos trastornos del estado atmosférico.

El término correspondiente a la variación de λ será:

$$\frac{\partial p}{\partial\lambda}\cdot\frac{d\lambda}{dt}=\frac{\pi a x}{\lambda^2}\cdot\left(1+\cos\frac{2\pi}{\alpha}y\right)\cos\frac{2\pi}{\lambda}x\cdot\frac{d\lambda}{dt},$$

que representa una onda de igual longitud que la onda de presión y de amplitud proporcional a la abscisa. Esta última circunstancia señala el origen de coordenadas como un punto físicamente privilegiado: es el único en el cual no se produce variación de presión; las dos modificaciones internas estudiadas anteriormente producen variaciones de presión, distribuídas uniformemente a lo largo de toda la cadena de depresiones; en cambio, la alteración de λ engendra variaciones de valor sistemáticamente creciente cuando se consideran puntos más y más lejanos del origen. La explicación física de esta diferencia de comportamiento no es difícil: una alteración de la profundidad de las depresiones o de la anchura de su lecho afecta por igual a todos los puntos de la zona, mientras que una alteración de la longitud de onda no puede producirse en una cadena inmóvil de ondas, sino a partir de un cierto punto no afectado (escogido precisamente en este caso como origen de coordenadas por esta circunstancia), a derecha e izquierda, del cual los efectos de alteración se acumulan, produciendo variaciones, tanto más grandes cuanto es mayor el número de ondas comprendidas.

Sumando al término anterior el debido al movimiento, ob-

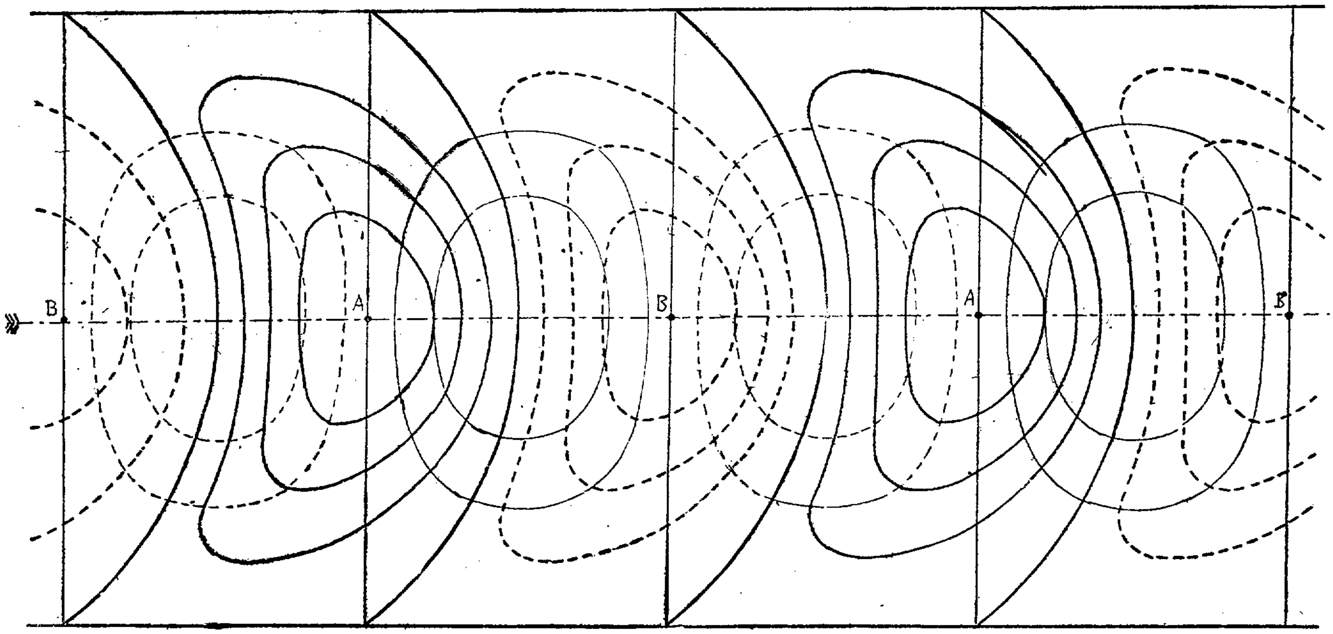

Fig. 7.

tendremos la variación de presión correspondiente a este caso, que es:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial \lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dx} + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{\pi a}{\lambda} \cdot \left(1 + \cos\frac{2\pi}{a}y\right) \cdot \left(\frac{x}{\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dt} - v\right) \cdot \cos\frac{2\pi}{\lambda}x, \qquad \text{[XVIII]}$$

que representa una onda cuya amplitud es función lineal de la abscisa y cuya fase está adelantada un cuarto de onda con relación a la onda de presión. La amplitud es nula en el punto de abscisa $x = \lambda v : \frac{d\lambda}{dt}$, y a partir de aquí se va exagerando a derecha e izquierda; pero se presenta una complicación desconocida hasta ahora, y es que dicha amplitud resulta negativa para los valores de x, inferiores a dicho valor crítico. Cambiar el signo de la amplitud equivale a adelantar la fase un semiperíodo; por tanto, la onda isalobárica, a la izquierda de dicho punto, estará adelantada tres cuartos de onda con relación a la onda de presión, o lo que es lo mismo, atrasada un cuarto de onda. A derecha e izquierda del punto crítico se encuentran dos núcleos isalobáricos (uno positivo y otro negativo) de menos extensión que los demás y muy débiles; los núcleos sucesivos van siendo cada vez más fuertes. La forma de las isalóbaras continúa siendo parecida a la de las isóbaras.

Caso general.—La variación de presión en el caso general viene dada por la suma de cuatro términos:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial a} \cdot \frac{da}{dt} + \frac{\partial p}{\partial \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} + \frac{\partial p}{\partial \lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dt} + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt},$$

algunos de los cuales pueden ser nulos. Teniendo en cuenta que cada uno de los coeficientes $\frac{da}{dt}$, $\frac{d\alpha}{dt}$ y $\frac{d\lambda}{dt}$ puede ser positivo, nulo o negativo (hemos supuesto que $\frac{dx}{dt}$ era positivo siempre), resultan 27 casos posibles, incluyendo los ya estudiados; descontando esto quedan todavía 20 casos nuevos.

La ecuación anterior puede ponerse en la forma siguiente:

$$\frac{A+B}{\cos\theta} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \theta\right), \qquad \text{[XIX]}$$

habiendo puesto

$$-\frac{1}{2}\left(1 + \cos\frac{2\pi}{\alpha}y\right) \cdot \frac{da}{dt} = A$$

$$-\frac{\pi a y}{\alpha^2} \cdot \frac{d\alpha}{dt} \cdot \operatorname{sen}\frac{2\pi}{\alpha}y = B$$

$$\frac{\pi a x}{\lambda^2}\left(1 + \cos\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \cdot \frac{d\lambda}{dt} = C$$

$$-\frac{\pi a}{\lambda} \cdot \left(1 + \cos\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \cdot v = D$$

$$\frac{D - C}{A + B} = \operatorname{tang}.\ \theta\,.$$

De aquí se deduce la razón de amplitudes entre la onda isalobárica y la isobárica, y la diferencia de fase que es θ; ambos elementos tienen funciones complicadas de x y de y. Las figuras correspondientes se obtendrán por el método de superposición ya expuesto anteriormente.

En la figura 8 se han representado esquemáticamente los núcleos isalobáricos correspondientes a los siete casos sencillos, renunciando a hacerlo para el caso general, que, como decimos, equivale siempre a la presencia simultánea de dos de éstos. La sagacidad del meteorólogo deberá ejercitarse para reconocer, mediante el examen de la posición relativa de los núcleos de variaciones entre sí y con relación al campo de presiones, su forma, su profundidad y la posición de los máximos y mínimos, pues de aquí podrán obtenerse elementos de juicio respecto a las incidencias que está sufriendo el régimen. Para facilitar este trabajo condensaremos lo dicho anteriormente en forma de reglas prácticas, como hemos hecho para la depresión aislada:

1.ª Los núcleos isalobáricos están adelantados un cuarto de onda: régimen permanente o variando de anchura.

2.ª Núcleos isalobáricos adelantados un octavo de onda: régimen que se profundiza.

3.ª Núcleos isalobáricos retrasados un octavo de onda: régimen que se atenúa.

4.ª Forma redondeada de los núcleos: no varía la anchura del cauce.

5.ª Núcleos falciformes: varía la anchura. Si la concavidad se dirige en el sentido del movimiento, el cauce se estrecha; si en sentido contrario, se ensancha.

6.ª Núcleos de igual importancia: régimen cuya longitud de onda no varía.

7.ª Núcleos de desigual importancia: variar la longitud de onda, síntoma indudable de cambio inmediato de régimen.

ONDAS ESTACIONARIAS

Para terminar, vamos a considerar brevemente el caso de las ondas estacionarias de posible aplicación práctica, mucho más frecuente de lo que se cree. La atmósfera queda dividida en compartimientos, separados por tabiques nodales, dentro de cada uno de los cuales las variaciones de presión obedecen a una ley periódica. El fenómeno es comparable a la vibración acústica de las placas, pues el espesor de la atmósfera es muy pequeño en comparación con su extensión superficial. La superficie de la tierra en la representación sinóptica toma aspecto de mosaico, siendo las líneas de separación (líneas nodales) las trazas de los tabiques nodales (régimen celular). Cada célula funciona alternativamente como centro de altas y de bajas presiones, y las líneas nodales son recorridas por corrientes, alternativamente de sentido contrario. Si la distribución de la presión viene dada por una función del tipo

$$p = a \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t,$$

donde a depende solamente de las coordenadas espaciales del punto, la distribución isalobárica vendrá dada por la nueva función:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \left(a \cos \frac{2\pi}{T} t \, . \right) \frac{2\pi}{T} .$$

Si se trata de una célula de depresión, recaemos en el caso de la depresión aislada, con la hipótesis suplementaria de que la velocidad de ahondamiento o de relleno $\frac{da}{dt}$ es una función periódica:

$$\frac{da}{dt} = \frac{2\pi}{T} \cos \frac{2\pi}{T} t \, .$$

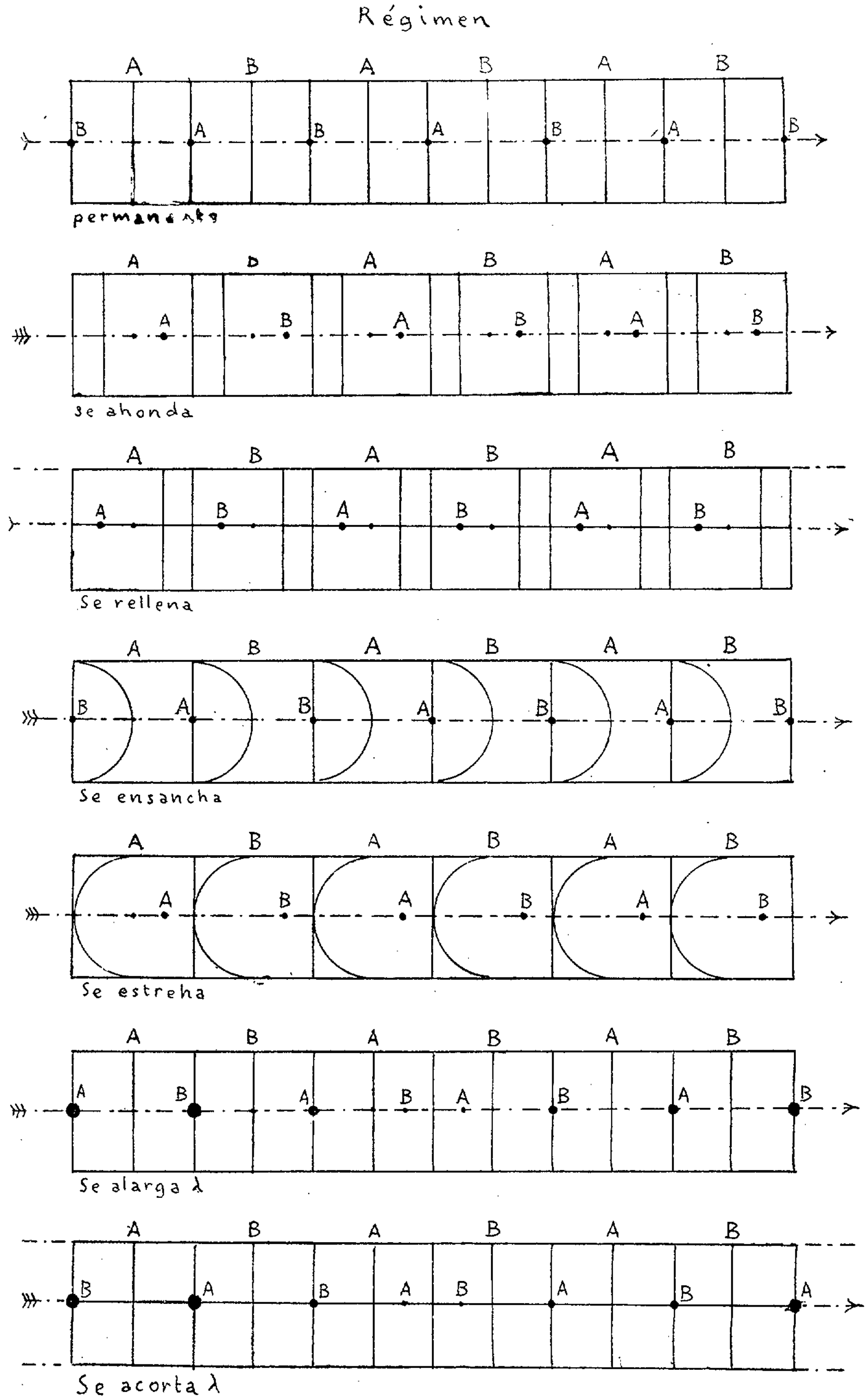

Fig. 8.

En la parte central de una célula de forma cualquiera, las isóbaras tienden a la forma circular, y su distribución se aproxima al tipo

$$p = P - a \, . \left(1 + \cos \frac{2\pi}{D} \rho \right) \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t,$$

donde a y D son constantes; la última de ellas, grande con relación a los valores de ρ que se consideran. Entonces las isalóbaras de variación instantánea correspondientes al momento t vendrán dadas por la expresión

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{2\pi}{T} \, . \left(1 + \cos \frac{2\pi}{D} \rho \right) \cos \frac{2\pi}{T} t;$$

es decir, que el campo isalobárico toma también estructura celular, coincidiendo sus líneas nodales con las del campo de presión.

NOTA.—En el próximo número se publicarán algunas notas del autor en las que se refieren métodos fáciles para la construcción de las curvas correspondientes a las diversas ecuaciones citadas en el artículo.