

En esta contribución a la sección, Miguel Ángel Rodríguez nos introduce en el complicado mundo de la predicción meteorológica. Actualmente, la predicción del tiempo a corto plazo (1 a 3 días) se basa en la simulación determinista de la dinámica caótica espacio-temporal de la atmósfera a partir de un ensemble apropiado de condiciones iniciales. La propia preparación de este ensemble es un problema en sí, pero Miguel Ángel nos presenta un hecho más notable: la propagación de los log-errores en los modelos climáticos muestra una sorprendente similitud con otros errores en sistemas espaciales caóticos. Por otro lado, existe una gran universalidad en la descripción estadística de dichos errores, siendo posible su caracterización usando una analogía con el crecimiento de superficies rugosas. Ello permitirá en el futuro el comparar modelos climáticos, mejorar técnicas de preparación de condiciones iniciales o entender mejor los mecanismos dinámicos en juego. Blog de la sección: http://gisc.uc3m.es/fisica_y_computacion

Predicción Meteorológica y Caos en Espacio-Tiempo

Miguel Ángel Rodríguez

IBM y el Centro Europeo de Predicción del Clima (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts, ECMWF) acaban de firmar un contrato por el que se reemplazará el actual supercomputador por otro que nuevamente situará al Centro como poseedor de uno de los 10 ordenadores más potentes del mundo. Con ello se multiplicará la potencia de cálculo por 4 lo que permitirá trabajar con modelos de mayor resolución. Los centros de predicción meteorológica demandan gran potencia de cálculo aunque las leyes del caos impongan un umbral de predicción en torno a los diez días. Podríamos aumentar este umbral mejorando las condiciones iniciales, pero sería un aumento poco significativo porque el umbral de predicción varía logarítmicamente con la amplitud del error inicial. Así pues, por mucho que aumentemos la velocidad de cálculo, el umbral de predicción no aumentará apreciablemente. Sí lo hará la calidad de la predicción, ya sea por un aumento en la resolución espacial o en el número de muestras utilizado. El aumento de la resolución espacial implica una mejora del modelo, no sólo porque exige afinar la orografía (fig.1), sino porque deben aparecer en él fenómenos físicos que no siendo relevantes a escalas mayores, lo son en la nueva escala. También por esta razón, la reducción de escala no afecta linealmente al paso de tiempo, sino que lo hace de forma potencial. En estos momentos una reducción de escala a la mitad exigiría multiplicar la velocidad de cálculo por 16 e implicaría una mejora sustancial del modelo. Pero también la descripción estadística que impone el caos debe ser mejorada, y esto exige, en general, un mejor conocimiento del comportamiento de sistemas con caos espacio-temporal. Desarrollaremos en lo que sigue esta idea.

El umbral propuesto por Lorenz sigue siendo válido aunque matizando lo que debe entenderse por determinismo. Ya no se habla de un umbral de predicción determinista puro, porque hay que usar técnicas estadísticas incluso para la predicción de corto alcance. Los errores en la determinación de la condición inicial son apreciables y, como sabemos, crecen exponencialmente. El carácter determinista del problema se manifiesta en que la condición inicial puede ser preparada. Se puede distribuir la intensidad del error en los puntos de mayor crecimiento, es decir, los errores iniciales estarán localizados,

más cuanto mayor sea “el grado de caos” presente en el sistema. Tendremos, pues, que acostumbrarnos a interpretar pronósticos probabilísticos, que serán en escenarios locales para el rango corto (de 1 a 3 días) e intermedio (de 3 a 6) y en escenarios globales para predicciones más largas (mensuales, estacionales). Y no solamente el consumidor tendrá que adaptarse a estas técnicas, también el meteorólogo e incluso el especialista en modelación climática. Efectivamente, hoy día no existe un buen modelo estocástico de la evolución atmosférica y además no parece que vaya a existir en un plazo corto. La tendencia es usar la llamada predicción por conjuntos (“Ensemble Prediction Systems”), que consiste en usar conjuntos de condiciones iniciales distintas y/o distintos modelos deterministas. De esta forma se pretende tener en cuenta los errores en la determinación de la condición inicial y los errores intrínsecos del modelo, aprovechando los modelos ya existentes. Para la predicción de corto alcance, donde domina el error debido a la indeterminación de la condición inicial, se usa desde hace años, con éxito probado, la técnica de ensembles con un solo modelo y un conjunto de condiciones iniciales. Para predicciones de largo alcance, donde quien domina es el error propio del modelo, se está usando el método de ensembles con distintos modelos. No hay aún suficiente experiencia en este último caso como para adelantar conclusiones, pero lo que sí hay es un enorme interés en su desarrollo, ya que se prevé su utilidad en la predicción del cambio climático.

Centrándonos en la predicción de corto alcance vemos que, en efecto, un conjunto bien calibrado puede representar muy bien la dispersión propia de los errores debidos a la naturaleza caótica de la evolución atmosférica, como nos demuestran continuamente los centros de predicción climática mundiales.

En la fig.2 presentamos un ejemplo contundente. Ocurrió el día 26 de Diciembre de 1999 y fué la tormenta Lothar que asoló toda Europa central. Dos días antes el ECMWF envió a todos sus centros asociados el ensemble de predicción diario que mostramos en la figura. La predicción determinista no contemplaba la hipótesis de una gran tormenta y sin embargo, bastantes miembros del ensemble la contemplaban muy claramente. La tormenta tuvo consecuencias catastróficas,

en parte debido a que no todos los servicios de predicción europeos la anticiparon correctamente.

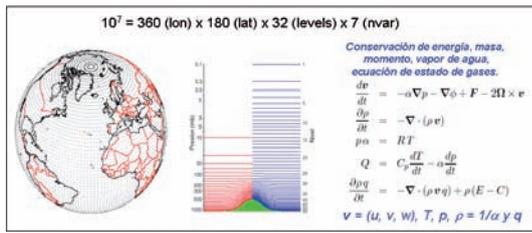


Figura 1. La predicción meteorológica actual se basa en integraciones de los modelos numéricos de circulación atmosférica. El número de grados de libertad de un modelo típico puede oscilar en torno a varios millones. En nuestro ejemplo tenemos 360x180, para lograr una resolución espacial de un grado, x32 niveles en altura, x 7 variables de campo.

Preparar un buen conjunto de condiciones iniciales no es tarea fácil, porque, por una parte ha de representar bien el estado de la atmósfera y, por otra, debe ser compatible con la dinámica del modelo. Tomemos un ejemplo sencillo para situarnos en el nivel de dificultad. Supongamos que queremos predecir la posición futura de un péndulo elástico forzado en movimiento. Elegimos este sistema mecánico porque presenta gran analogía con la dinámica de la atmósfera a nivel sinóptico [1]. Disponemos de un PC suficientemente rápido y una cámara de video. En un instante determinado y acumulando datos más o menos precisos del movimiento del péndulo, tenemos que preparar un conjunto de condiciones iniciales, por ejemplo, uno compuesto por 50 miembros. Una condición inicial de referencia será justamente la mejor asimilación de la imagen en ese instante y de las velocidades correspondientes (el espacio de fases tendrá cuatro grados de libertad) y será el llamado control del ensemble. El resto serán perturbaciones alrededor de este estado. Pero no vale cualquier perturbación, puesto que no todas ellas son estados dinámicos posibles y su uso implicaría perder el tiempo de adaptación a la dinámica. Elegiremos perturbaciones compatibles con ella, lo que, como veremos, implica integrar el modelo, linealizado o no, durante un tiempo mayor que los propios de la dinámica. La posibilidad de que los errores en la condición inicial estén localizados usando una proyección dinámica es una prerrogativa de un sistema caótico. Es un rasgo de determinismo en un entorno probabilista. Una vez elegidas las condiciones iniciales integramos nuevamente nuestro modelo para cada una de ellas e interpretamos estadísticamente los resultados. La predicción hay que hacerla en un tiempo muy corto, para que sea anterior a la ocurrencia del evento. Para nuestro modelo de juguete, con 4 grados de libertad y 50 miembros en el conjunto, un PC es suficiente. El ECMWF utiliza un modelo con millones de grados de libertad (fig.1) y obviamente necesita potencia de cálculo. Siguiendo con nuestro ejemplo del péndulo, la asimilación del estado real del sistema es inmediata porque contamos con cámaras de vídeo que pueden congelar una imagen rápida y no perder resolución, pero nos podemos imaginar los problemas que pueden surgir cuando el sistema en estudio es toda la atmósfera. Actualmente, con el uso de radares, globos sonda y estaciones meteorológicas móviles, instaladas en aviones, la asimilación del estado atmosférico real ha mejorado notablemente, pero aún es deficiente, sobre todo en algunas zonas

del globo. Por eso los errores iniciales son necesariamente considerables.

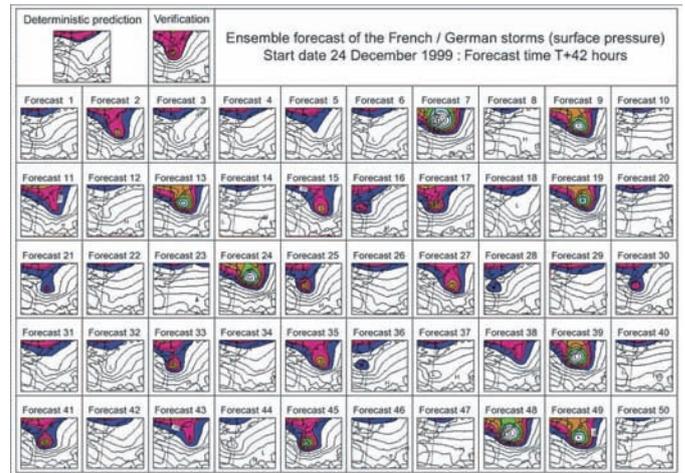


Figura 2. Salida operativa del ECMWF correspondiente al 24 de diciembre de 1999. Cada figura es un miembro equiprobable del ensemble. La predicción determinista a 42 horas se encuentra arriba a la izquierda. La verificación a la derecha.

Igualmente, en el caso del péndulo no habría mucho problema en perturbar la condición inicial sin salirse de la dinámica propia del modelo. Bastaría con proyectar sobre el atractor, en el espacio de las fases del modelo, un espacio manejable de dimensión 4. Pero el espacio de las fases de un sistema atmosférico tiene millones de grados de libertad y no es fácil siquiera representar el atractor. Existen multitud de estudios sobre caos y predicción en sistemas de baja dimensión, pero el caso de caos espacio temporal no ha sido suficientemente investigado. Se han extrapolado técnicas de baja dimensión al caso de caos espacial, pero la componente espacial propia, que genera estructuras, correlación y localización no es bien conocida. Afortunadamente existen métodos de proyección dinámica que no requieren conocimiento del espacio de las fases. Básicamente son de dos tipos, los basados en fluctuaciones infinitesimales con técnicas de Liapunov y los basados en fluctuaciones finitas con las llamadas técnicas de breeding. El ECMWF tiene una larga experiencia en la generación de condiciones iniciales con técnicas del primer tipo, más concretamente con el uso de vectores singulares y el NCEP, que es su homólogo Americano, la tiene con el uso de técnicas del segundo tipo, usando vectores Breds. Las técnicas de vectores singulares necesitan mayor potencia de cálculo porque requieren en cada predicción el cálculo adicional de los vectores, diagonalizando una matriz de evolución, pero en compensación presentan mayores posibilidades de calibración. Los vectores bred se obtienen simplemente normalizando, manteniendo constante la amplitud o norma del vector. Hasta ahora nunca se han comparado ambas técnicas en un mismo modelo para tener una idea clara de si el uso de mayor potencia de cálculo se ve compensado en los resultados finales. Incluso no está muy claro lo que físicamente representan los vectores singulares y los vectores bred. Y esto ocurre no sólo a nivel de modelo climático, donde pueden existir varios fenómenos acoplados con distintas escalas espaciales y temporales y con un número abrumador de grados de libertad, sino también con modelos de caos espacial mucho más simples.

Para mostrar cuestiones básicas de predecibilidad, como hizo Lorenz, se suele acudir a modelos muy simples que muestran las mismas propiedades que los modelos realistas y pueden integrarse con facilidad. Se llaman, quizás un poco despectivamente, modelos de juguete. En el caso anterior, hemos recurrido a un péndulo muy simple con pocos grados de libertad, pero también en un PC se pueden correr modelos de juguete que muestran las propiedades del llamado caos espacio temporal. En física estadística se suelen usar modelos de mapas caóticos acoplados, pero para simular un proceso de predicción climática el mejor modelo de juguete es el llamado Lorenz96 [2], que a diferencia de los mapas es continuo en tiempo y se escribe:

$$\frac{d\phi_i(t)}{dt} = -\phi_{i-1}(\phi_{i-2} - \phi_{i+1}) - \phi_i + F$$

ϕ_i podría representar una variable escalar, por ejemplo el geopotencial en el espacio discreto $\{i\}$. Este simple modelo, con los valores adecuados, puede ser asombrosamente parecido con la realidad. Lorenz tomó $N = 40$ y el tiempo de relajación determinista equivalente a un día. El sistema así configurado posee una variabilidad y una estructura espacial muy próxima a la observada en los modelos de circulación general en latitudes medias.

Con estos modelos se puede jugar, y también se puede investigar. Porque, puede resultar sorprendente pero existe gran similitud en el comportamiento dinámico de cualquier sistema físico con caos espacio-temporal. Modelos de juguete y modelos de circulación general, presentan las mismas características en espacio y tiempo [5]. Existe gran universalidad y ello es debido a que el crecimiento de los errores se comporta en escala logarítmica como una superficie rugosa en crecimiento [3]. El crecimiento de superficies rugosas ha sido un tema de investigación exhaustivo en la última década y se conoce mucho acerca de su dinámica espacio temporal. Por ejemplo, es bien sabido que existe una gran universalidad en este crecimiento y por eso no es tan extraño que esta universalidad se manifieste también en los errores de sistemas espaciales caóticos y en concreto en los errores de los modelos climáticos. Usando la analogía con el crecimiento de superficies rugosas se puede obtener una caracterización de la dinámica en espacio tiempo muy completa [4], sorprendentemente precisa y que puede servir para comparar modelos, mejorar técnicas y entender los mecanismos dinámicos en juego. Hemos intentado plasmar esta analogía en un diagrama que llamamos MVL en el que representamos la varianza (V) frente a la media (M) del logaritmo (L) de los errores en valor absoluto o fluctuaciones. Como hemos dicho, el logaritmo de los errores se comporta como una superficie rugosa, luego el diagrama representa la anchura de la superficie en crecimiento frente a su altura. Como es bien conocido, la evolución temporal, dentro de la analogía del crecimiento interfacial, puede describirse por medio de una longitud de correlación que crece con una ley de potencias, $l_c(t) \sim t^{1/z}$, siendo z el exponente dinámico universal. La superficie se va correlacionando en nuestra imagen de crecimiento superficial, a la vez que el error se proyecta en el atractor, tiende al vector principal de Liapunov y se localiza en las zonas de máximo crecimiento. Por otra parte todo este

proceso de correlación interfacial, proyección en el atractor y localización de errores puede ser evaluado por la longitud l_c o simplemente por la anchura de la interfase W , pues en una superficie rugosa ambas están relacionadas por $W \sim l_c^\alpha$ siendo α el llamado exponente de rugosidad. En la ordenada de nuestro diagrama MVL estamos pues representando el grado de correlación, de proyección en el atractor y de localización de los errores. Sin duda una información importante. Por otra parte la abscisa no es más que una medida de la amplitud del crecimiento del error, que por ser un sistema caótico crecerá como $M \sim \lambda t$, siendo λ el exponente de Liapunov, la caracterización standard de un sistema caótico. Podemos pues ver que en nuestro diagrama estamos añadiendo a la caracterización standard la componente de caracterización espacial que echábamos en falta al principio. Por ello, estamos ya en condiciones de entender cómo evoluciona un error de verdad, (llamado error finito en contraposición a las fluctuaciones infinitesimales), y de dar un paso más allá de las técnicas infinitesimales de Liapunov.

Los resultados para el Lorenz96 pueden verse en la figura 3, panel de la izquierda. Vemos la existencia de dos barreras. Una, la horizontal, representa el límite posible de la correlación que obviamente ocurre cuando $l_c = L$, siendo L el tamaño del sistema; pero también representa la localización máxima posible de los errores que solamente se realiza en el primer vector de Liapunov y la máxima proyección en el atractor. La otra barrera, situada a la derecha, está generada por los efectos no lineales. En esta figura representamos pues las trayectorias típicas de dos errores finitos en el diagrama MVL. La evolución en el tiempo, obviamente, va de izquierda a derecha, de menor a mayor amplitud, ya que los errores crecen. En una de las trayectorias el error está inicialmente localizado ($V \sim 2.5$), el ensemble inicial ha sido preparado, y continúa así hasta que los efectos no lineales actúan, la curva se estrella contra la barrera, pierde localización y sale del atractor hasta alcanzar un estado estacionario. La otra trayectoria representa un error que tiene condiciones iniciales aleatorias ($V \sim 1.2$), en su evolución se va correlacionando, el error se localiza y se va proyectando en el atractor hasta que nuevamente se encuentra con la barrera no lineal, donde sigue la misma suerte que el anterior. La proyección en este caso se consigue usando vectores bred. La figura de la derecha es un diagrama MVL, esta vez con modelos operativos del ECMWF. En ambos casos se representa el diagrama usando la variable geopotencial a 500 milibares. Uno de los modelos, el mensual, es el usado diariamente para la predicción operativa y está inicializado con un ensemble de vectores singulares. Por eso aparece tan localizado en el diagrama ya desde el instante inicial. El otro es estacional, está acoplado a otro modelo del océano y su inicialización a esa altura es prácticamente una fluctuación aleatoria. La similitud de comportamiento entre el modelo de juguete y los modelos operativos resulta sorprendente.

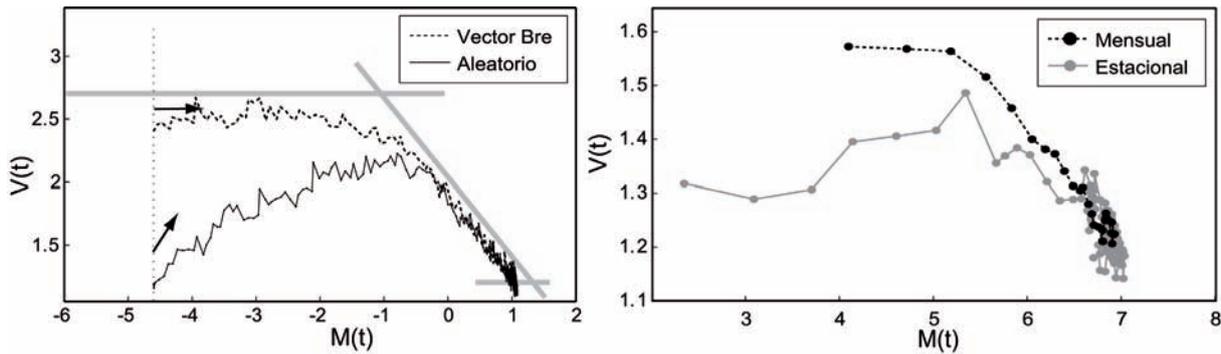


Figura 3. Diagramas MVL para el modelo Lorenz96 (Izquierda) y modelos operativos del ECMWF (Derecha). Las rectas trazadas en la figura de la izquierda denotan saturación por tamaño finito (horizontal) y saturación por efectos no lineales. El comportamiento dinámico en ambos casos es idéntico. Los estados localizados iniciales se consiguen con vectores bred en el caso del modelo de juguete y con vectores singulares en el caso del modelo operativo.

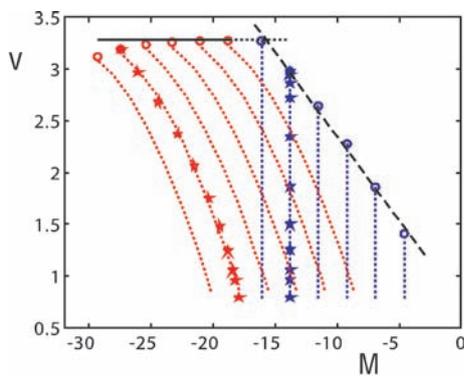


Figura 4. Diagrama MVL mostrando la generación de vectores bred. En rojo: standard, manteniendo la norma cuadrática constante. En azul: logarítmico, manteniendo la amplitud (norma geométrica) constante. Los vectores bred standard tienden al vector máximo de Liapunov. Los geométricos presentan distintos grados de localización.

La representación en un diagrama MVL puede explicar hechos difíciles de entender de otra forma. Puede, por ejemplo, verse que los vectores bred tradicionales, que se generan manteniendo constante una norma aditiva, no son en realidad fluctuaciones finitas, como se viene diciendo, sino que son infinitesimales. En el diagrama de la fig. 4 se observa como en la generación del bred la amplitud va disminuyendo y nunca toca la barrera no lineal, sino que va directamente hacia el estado de correlación máxima. Por eso no son controlables, simplemente todo el ensemble de vectores tiende a uno, el vector principal de Liapunov. Para que estos vectores sean fluctuaciones finitas basta con usar la norma geométrica que mantiene constante la amplitud y se puede producir el encuentro con la barrera no lineal a la altura que uno elija, obteniendo estados con la correlación deseada. De esta forma se pueden controlar tan fácilmente como los vectores singulares. Lo más curioso del caso es que con solamente cambiar una línea del programa de generación de breds, la que define la norma, pasamos de tener breds standard no controlables a tener bred logarítmicos, perfectamente controlables. Sorprende comprobar como un simple cambio en la definición de la norma produce efectos tan drásticos, y, sin embargo, se entiende fácilmente cuando se observa el tipo de estadística subyacente, que es lognormal y puede producir efectos de multiescala. Ejemplos como éste muestran cómo el conocimiento básico puede mejorar apreciablemente las aplicaciones.

En conclusión, podríamos decir que en un sistema con caos espacio-temporal como la atmósfera la imagen de predicción determinista debe ser abandonada en favor de una imagen probabilista con posibilidades de preparación (localización de errores) de las condiciones iniciales.

Referencias

Desde 1980 solamente existe un libro de texto dedicado a la predicción numérica del tiempo. Este libro es excelente porque además de la parte numérica propiamente dicha dedica una parte importante a la asimilación y generación de ensembles: "Atmospheric Modeling, Data Assimilation and Predictability". Eugenia Kalnay, Cambridge University Press (2003).

Las implicaciones del caos en meteorología vistas por quien las vio primero: "La esencia del Caos" E. N. Lorenz, Debate, Madrid, (1995).

Una introducción al caos espacio-temporal: "Dynamical Systems Approach to Turbulence" T. Bohr, M. H. Jensen, G. Paladin, A. Vulpiani. Cambridge Nonlinear Science Series (1998).

Introducción al análisis de errores finitos: "Predictability: a way to characterize complexity". G. Boffetta, M. Cencini, M. Falcioni, A. Vulpiani. Physics Reports 356 (2002) 367-474.

Un libro excelente para introducirse en el crecimiento de superficies rugosas: "Fractal Concepts in Surface Growth". A. L. Barabasi and H. E. Stanley. Cambridge University Press (1995).

Bibliografía más específica citada en el texto:

- [1] LYNCH P., *The swinging spring: A simple model of atmospheric balance*, in *Large Scale Atmospheric-Ocean dynamics, Vol II: Geometric Methods and Models*, 64-108, (Cambridge University Press, 2002).
- [2] E. N. LORENZ AND K. E. ENMANUEL, Optimal sites for supplementary observations, simulations with a small model, *J. Atmosph. Sci.*, **55**, 399 (1998).
- [3] A. PIKOVSKY AND A. POLITI, Dynamic localization of Lyapunov vectors in spacetime chaos, *Nonlinearity*, **11**, 1049 (1998).
- [4] I. G. SZENDRO, D. PAZÓ, M. A. RODRÍGUEZ AND J. M. LÓPEZ, Spatiotemporal structure of Liapunov vectors in chaotic coupled-map lattices, *Phys. Rev.*, **E76**, 025202 (2007).
- [5] C. PRIMO, I. G. SZENDRO, M. A. RODRÍGUEZ AND J. M. GUTIÉRREZ, Error growth patterns in systems with spatial chaos. From coupled map lattices to global weather models, *Phys. Rev. Lett* **98**, 108501 (2007).

Miguel Ángel Rodríguez
 está en el Instituto de Física de Cantabria,
 CSIC-UC,
 Avda. de los Castros s/n, 39005 Santander.