

Figuras semejantes a escalas diferentes. Nubes y fractales

Luis Felipe Gómez
Jorge Félix

Uno de los espectáculos naturales más maravillosos y cotidianos es el de las nubes. Todos hemos pasado al menos un breve rato de nuestras vidas observándolas: su movimiento, disociación, su formación. Les buscamos parecido a naves extraterrestres, elefantes, pájaros y muchas otras cosas.

Desde hace siglos han llamado la atención humana. Los antiguos hacían mitología con ellas, los poetas metáforas, y los científicos de la actualidad tratan de entender su formación, estructura y comportamiento.

Cuentan que a Mitchell Feigenbaum, pionero de la Teoría del Caos, le quitaron la prestación de transporte aéreo gratuito que se otorga a científicos estadounidenses, por usarlo demasiado. Feigenbaum viajaba en avión, no por viajar deprisa, sino para observar las nubes. Si usted, como él, ha tenido la oportunidad de viajar en avión durante el día, probablemente haya notado que es imposible tantear la distancia hasta las nubes si no hay un punto de referencia (una antena, un cerro). Las que están lejos, si son grandes, parecen cerca; y las que están cerca, si son pequeñas, parecen estar lejos. Esto se debe a que las nubes guardan siempre ciertas similitudes a escala, aunque todas sean diferentes. Dicho de otra forma: un pedazo de nube parece una nube completa si se le mira de cerca y viceversa.

Este tipo de figuras que guardan ciertas semejanzas a escalas diferentes reciben el nombre de “fractales”. Fueron bautizadas así por Benoit Mandelbrot, matemático nacido en Varsovia, en 1924 y exiliado en Francia, primero, y luego en los Estados Unidos. Mandelbrot dio con estas figuras durante la década de los sesenta cuando, trabajando para IBM, se le presentó el problema del ruido parásito en la transmisión de datos.

El problema consistía en que todas las transmisiones, incluso las más limpias, tenían al menos un poco de ruido. El matemático atacó el problema recurriendo a una curiosidad matemática conocida como “polvo de Cantor”. Dicho polvo se obtiene así: se dibuja una línea, se divide en tres y se borra la parte central; las dos líneas que quedan se vuelven a dividir en tres, y se eliminan las partes centrales de nuevo. Si repetimos este proceso un número enorme de veces, obtendríamos un número muy grande de puntos muy pequeños, como polvo. Si además imaginamos, como Mandelbrot, que la transmisión limpia se da en los puntos y el ruido en los espacios, entonces cada parte limpia llevará siempre consigo un poco de ruido.

El polaco acertó, resolvió el problema y siguió investigando por esa línea geométrica hasta toparse con algo similar al polvo de Cantor: la curva de Koch. Esta curva se obtiene dibujando un triángulo equilátero, luego dividiendo cada lado en tres y dibujando un nuevo triángulo en la división central de cada línea; posteriormente repetimos el proceso tantas veces como lo permita el grosor del lápiz en la hoja de papel. Si tuviéramos un lápiz de grosor casi nulo, podríamos repetir el proceso un número enorme de veces y al final obtendríamos una figura con un perímetro infinito pero, lo más importante, que encierra un área finita. La curva de Koch puede parecer un

juguete matemático bello, pero inútil. Nada más falso (por lo de inútil). Mandelbrot comparó las características de la curva de Koch con las de la costa de la Gran Bretaña en su artículo *How Long is the Coast of Britain?*

La respuesta a esa pregunta es que todo depende de la escala que usemos para medir, ya que las bahías, penínsulas y demás accidentes costeros encierran a su vez a otras bahías, penínsulas y accidentes costeros que encierran a su vez... y así hasta niveles mucho más pequeños. Por ejemplo, si usáramos una escala (o regla) de un kilómetro y recorriéramos la costa británica midiendo con ella y trazando un mapa, ciertas irregularidades y accidentes costeros quedarían sustituidos por una línea recta. En lugar de un mapa de la costa obtendríamos un inmenso polígono con lados de un kilómetro de longitud que sería muy parecido, en su forma, a la isla británica pero no igual. Esto nos lleva a plantearnos una pregunta: ¿Cómo hacemos para que nuestra “isla” se parezca más a la isla real? Pues cambiamos nuestra escala por una más pequeña, de 500 metros. Si repetimos nuestro recorrido por la costa encontraremos al final que nuestro mapa, que ahora es un polígono con lados de 500 metros de longitud, se parece mucho más a la isla real. Pero el número de lados se ha incrementado muchísimo (mucho más del doble) y con él se ha incrementado la longitud. Sorprendentemente, el área encerrada por ambos polígonos es casi la misma. Podríamos seguir adelante, reduciendo nuestra escala cada vez más hasta hacerla medir micras. Encontraríamos que a menor escala, mayor será la longitud total, más tiempo tardaremos en medir, pero también mayor será la semejanza con la isla real. Lo que siempre será prácticamente igual es el área encerrada por el perímetro. De esta forma, llegaremos a la conclusión de que la longitud de la costa de la Gran Bretaña depende, efectivamente, de la escala que usemos para medir: es un fractal. El trabajo de Mandelbrot tiene antecedentes lejanamente delineados por el trabajo de matemáticos como Julia, Fatou, Cantor y Sierpinski. Medio siglo después de estos últimos, otro matemático de nombre Barnsley redescubrió el trabajo de todos los anteriores. Pero fue Mandelbrot el que investigó esta área con suficiente profundidad como para descubrir el “conjunto de Mandelbrot”, que tiene la peculiaridad de incluir a todos los fractales posibles en alguno de sus recovecos geométricos.

Para el lector que quiera sumergirse en el mundo fractal, hay diversos sitios en Internet en donde se pueden descargar, gratis, programas generadores de fractales. Para los no-adictos al ciberespacio hay otro método muy interesante, ideado por Barnsley, que no requiere una computadora: el Juego del Caos. Puede usar una hoja de papel (preferentemente milimétrico), un lápiz y una moneda. Eche la moneda al aire y especifique una regla para cuando caiga cara (poner un punto cinco milímetros a la derecha) y otra para cuando caiga cruz (girar noventa grados y poner un punto a dos milímetros). Las reglas pueden ser las que usted desee, pero el resultado será siempre un fractal. Los fractales se encuentran a puños en el mundo cotidiano. Tómese, por ejemplo, un árbol, mire una rama, la rama de la rama y encontrará que los tres son semejantes, a diferentes escalas (en una maqueta, por ejemplo). Sucede lo mismo con cordilleras, una ciudad... Si nos vamos al ámbito de la anatomía, encontraremos que los bronquios de los pulmones están distribuidos de forma fractal, al igual que el entramado de las venas y arterias. Cuentan que Mandelbrot tiene una lista de 20 científicos cuyo trabajo ha revolucionado a la ciencia a lo largo de la historia. Parte del cuento consiste en que él mismo se ha anotado en dicha lista, en uno de los primeros lugares. A pesar de que no es una muestra particularmente notable de modestia, la verdad es que si Benoit Mandelbrot piensa que su trabajo es revolucionario, nosotros no podríamos estar más de acuerdo.