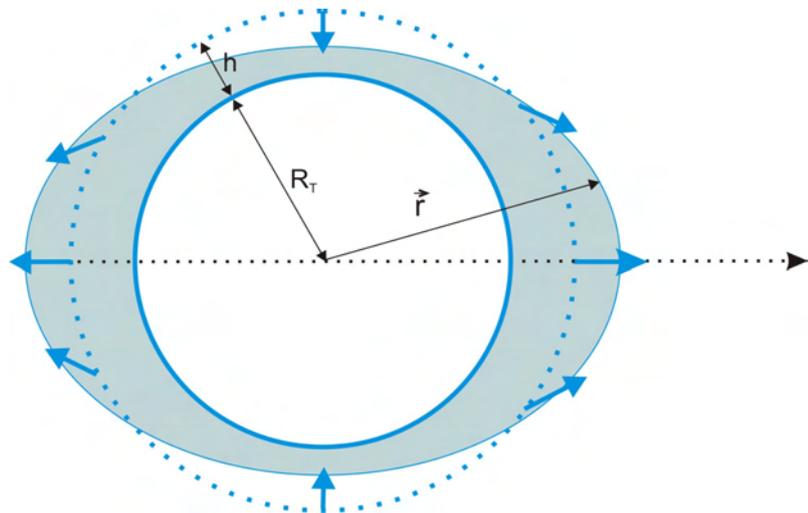


Las mareas

Luis Mederos Martín
<http://www.rodamedia.com>



Actualizado 31/Marzo/2009

Índice

1	Generalidades y terminología	5
1.1	Clases de mareas	6
1.2	Terminología básica	11
1.3	Corrientes de marea	13
1.4	Fenómenos locales: <i>Bore Tides</i> y <i>Rissagues</i>	15
2	Predicción de las mareas. El Anuario de Mareas.	19
2.1	El uso del Anuario de Mareas	22
2.2	La regla de los doceavos	26
2.3	Corrección de la altura de marea por efectos meteorológicos	27
2.4	El método de Laplace	28
3	La Física de las mareas	33
3.1	La Luna y sus fases	33
3.2	La ley de la inercia: la Tierra y la Luna están en caída libre	38
3.3	Atracción gravitatoria del Sol y de la Luna	41
3.4	La causa de las mareas	43
3.5	Fuerza de marea en un punto cualquiera	47
3.6	Deformación causada por las fuerzas de marea	51
3.7	Consecuencias astronómicas de las mareas	56
3.7.1	Escalas de tiempo y segundos intercalares	58



Capítulo 1

Generalidades y terminología



Figura 1.1: Las mareas son movimientos periódicos de ascenso y descenso de las aguas del mar.

Como bien sabemos, las mareas son los movimientos periódicos de ascenso y descenso de las aguas del mar¹. Sobre las causas que provocan este fenómeno volveremos con un poco más de detalle más adelante, aunque podemos adelantar ya que el estudio correcto y detallado de las causas de las mareas no es en absoluto trivial. De momento basta decir en esta introducción que la causa de las mareas es la atracción gravitatoria ejercida por la Luna y el Sol. El efecto de la primera es más importante, a pesar de que la Luna es mucho más pequeña que el Sol, debido a la proximidad de la Luna a la Tierra comparada con la distancia entre la Tierra y el Sol². En este primer capítulo nos vamos a centrar en generalidades como los tipos distintos de mareas que

¹Y no solo de las aguas del mar. La tierra que nos rodea también sufre la fuerza de marea llegando a levantarse hasta 30 centímetros, un efecto que pasa desapercibido para nosotros pues se levanta por igual todo lo que tenemos a nuestro alrededor de modo que no tenemos referencias para detectarlo.

²Como veremos más adelante, la atracción gravitatoria del Sol sobre una masa m situada en la Tierra es *mayor* que la atracción gravitatoria ejercida por la Luna sobre esa misma masa. Sin embargo, veremos también más adelante que la fuerza de marea, que *no* es directamente la atracción gravitatoria, debida a la Luna es mayor que la debida al Sol, una consecuencia de la mayor proximidad de la Luna a nosotros.

existen y la terminología que se utiliza, de modo que podamos después aprender el manejo del Anuario de Mareas, la publicación básica que nos permite obtener la información fundamental para el navegante, a saber: ¿Qué profundidad de agua hay en un determinado momento en un determinado sitio?, o bien, planteado a la inversa, ¿en qué momento tengo una determinada profundidad en un sitio dado?. El primero de los casos es lo que se llama el *problema directo* y el segundo se conoce como el *problema inverso*.

1.1. Clases de mareas

Puesto que la causa de las mareas es la atracción gravitatoria ejercida por la Luna y el Sol, la situación relativa de estos dos astros con respecto a la Tierra en un momento dado hará que sus respectivas atracciones se sumen, dando lugar a mareas más pronunciadas de lo habitual, o, por el contrario, puede ocasionar que las respectivas atracciones se compensen parcialmente dando lugar a mareas menos pronunciadas de lo habitual. No es de extrañar, por tanto, que la altura máxima que alcanzará el agua (*pleamar*) un determinado día esté de alguna manera relacionada con la fase en la que se encuentre la Luna. Además, puesto que las órbitas de la Luna y el Sol sobre la esfera celeste no se encuentran exactamente sobre el mismo plano y cada uno de estos astros tarda un tiempo diferente en recorrer su órbita (un año el Sol y un mes la Luna), resultará que habrá momentos en que la suma de ambas atracciones es más efectiva³ o la compensación de ambas es más completa. Distinguimos así entre *mareas vivas* y *mareas muertas* que describimos brevemente a continuación.

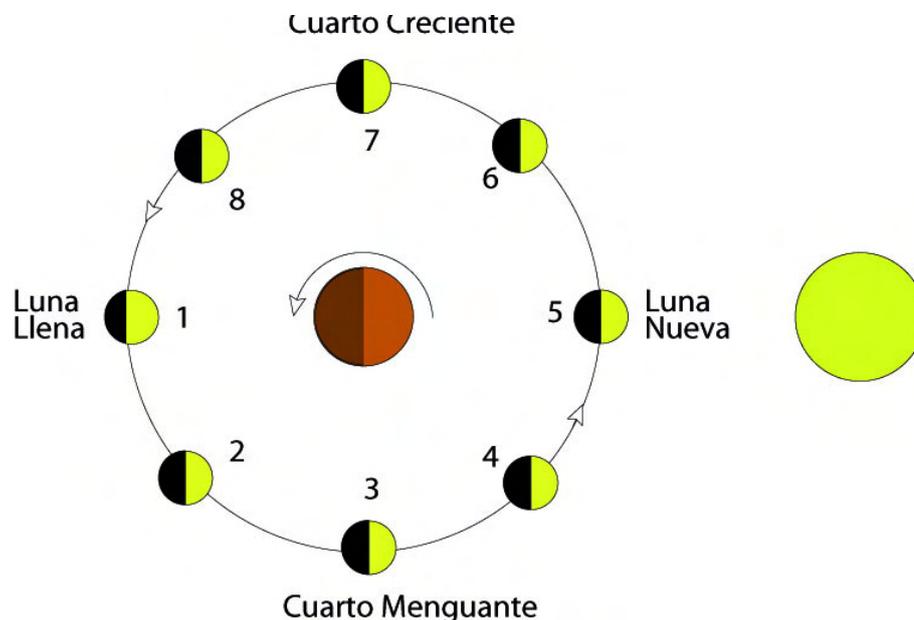


Figura 1.2: Fases de la Luna.

Mareas vivas o de sicigias. Se dan cuando el Sol, la Luna y la Tierra se encuentran alineados (posiciones 1 y 5 en la figura 1.2), o sea se dan cuando hay Luna llena o Luna nueva. En el primero de los casos se llama de **oposición** (el Sol y la Tierra están en

³Nótese que la suma de fuerzas es una suma vectorial. Si los vectores se encuentran en el mismo plano y son paralelos la suma será máxima.

oposición respecto a la Tierra) mientras que cuando tiene lugar con Luna nueva se denomina de **conjunción** (pues entonces el Sol y la Luna están, respecto a la Tierra, en *conjunción*). Tanto en una como en la otra las fuerzas de marea ejercidas por la Luna y el Sol se suman, consiguiéndose así pleamares más altas y bajamares más bajas que los valores promedios⁴.

Hay, además, otro pequeño detalle a tener en cuenta que da lugar a que algunas veces las mareas vivas sean aún más intensas que las mareas vivas normales: hemos dicho que durante una marea viva las fuerzas de marea debidas a la Luna y al Sol se suman porque ambas fuerzas están alineadas. Sin embargo, esto es sólo aproximado o, en otras palabras, la alineación no es perfecta ni es la misma en todas las mareas vivas del año. El origen es la inclinación del eje de rotación de la Tierra con respecto al plano de la eclíptica y la inclinación de la órbita de la Luna con respecto a la eclíptica. Cuando la Luna nueva o llena tiene lugar durante los equinoccios de primavera y otoño la alineación es mayor porque el Sol se encuentra sobre el ecuador terrestre (o sea, la declinación del Sol es cero) y, en consecuencia, la suma de atracciones es más eficiente produciéndose así las mareas de sicigias más intensas. Además, el carácter elíptico de la órbita lunar hace que la distancia de la Tierra a la Luna no sea constante. De esta manera, las mareas serán más intensas cuando la Luna se encuentre más cerca. Cada 4,5 años coinciden una marea de sicigia con la posición de la Luna en el perigeo dando lugar a mareas extraordinarias.

Mareas muertas o de cuadratura. Son las mareas menos intensas y se dan al encontrarse el sistema Tierra-Sol-Luna en posiciones como la 3 y la 7 de la figura 1.2, es decir se dan cuando la Luna está en cuarto menguante o en cuarto creciente, puesto que entonces las atracciones gravitatorias de la Luna y el Sol se compensan parcialmente.

En la mayoría de los lugares existe un retraso entre las fases de la Luna y su efecto sobre las mareas. Por ejemplo, en el Mar del Norte las mareas vivas y muertas tienen lugar dos días después de la Luna llena o nueva o la Luna en cuarto creciente o menguante, respectivamente. Este retraso se llama **edad de la marea**.

Si suponemos por un momento que toda la superficie de la Tierra está cubierta por una capa uniforme de agua, igualmente profunda en todos los puntos de manera que no existe tierra firme, y, además, olvidamos efectos dinámicos (inercia del agua, etc), tendríamos que un punto dado de la Tierra experimenta una pleamar en el momento en que la Luna está sobre el meridiano de ese punto. Puesto que su movimiento propio hace que, en promedio, la Luna vuelva a estar sobre el mismo meridiano 24 horas y 50 minutos más tarde (ver en el *Curso de Navegación Astronómica* la explicación del *Retardo de la Luna*) y teniendo en cuenta que la deformación de la capa de agua debida a la fuerza ejercida por la Luna da lugar a dos pleamares, una en el punto *sublunar* (el punto directamente debajo de la Luna) y otro en el *antípoda* (el punto de la Tierra diametralmente opuesto al sublunar), concluimos que un observador en esta Tierra ficticia vería una pleamar cuando tiene la Luna en su meridiano y otra pleamar 12 horas y 25 minutos más tarde cuando la Luna se encuentra sobre el antimeridiano. Entre medias de las dos pleamares observará, evidentemente, una bajamar. La amplitud máxima de esta marea teórica se obtendría en el Ecuador cuando la Luna tuviese declinación cero (y esté, por tanto directamente sobre el Ecuador) y se puede estimar

⁴Obsérvese que tanto en oposición como en conjunción las fuerzas de marea se suman, mientras que la atracción gravitatoria de ambos astros se suman cuando éstos se encuentran en conjunción pero se restan cuando se encuentran en oposición. Es decir, las mareas *no están* ocasionadas por la atracción gravitatoria directa que esos astros ejercen sobre las aguas. El mecanismo que genera las fuerzas de marea es más complejo y será estudiado en detalle en un capítulo posterior.

que sería menor de 1 metro. Volveremos con más detalle sobre esto más adelante.

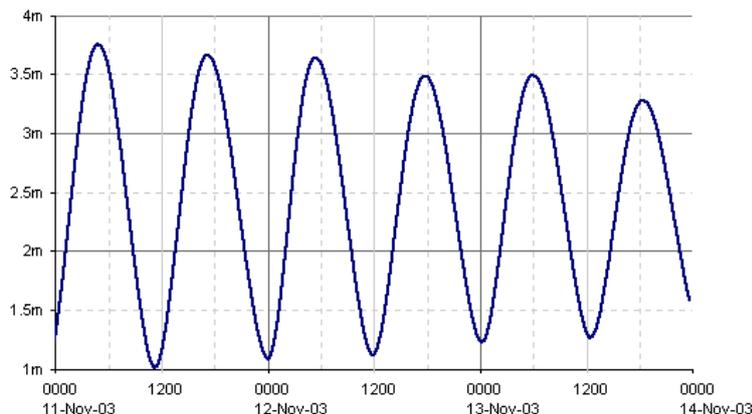


Figura 1.3: Marea semidiurna en San Vicente de la Barquera los días 11, 12 y 13 de noviembre de 2003 (hora local). Predicción de la *United Kingdom Hydrographic Office*.

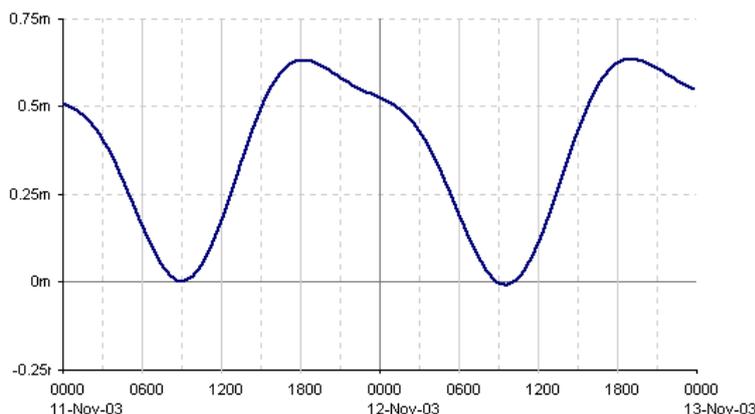


Figura 1.4: Marea diurna en Veracruz (Méjico) los días 11 y 12 de noviembre de 2003 (hora local). Predicción de la *United Kingdom Hydrographic Office*.

Sin embargo, los océanos no forman una capa uniforme, igualmente profunda, repartida sobre toda la superficie de la Tierra. No todos los océanos y mares oscilan de igual manera ante las fuerzas ejercidas por el Sol y la Luna sino que, por el contrario, cada uno ellos tiene su periodo natural de oscilación ante una fuerza aplicada. Por decirlo de alguna manera (no rigurosa), si aplicamos la misma fuerza a distintos columpios, por ejemplo, no todos ellos oscilarán de la misma manera sino que cada uno tendrá su periodo natural de oscilación que dependerá de sus características particulares. Así que la *marea teórica* descrita en el párrafo anterior no es exactamente real. En algunos casos observaremos dos pleamares con sus correspondientes bajamares entre medias a lo largo de un *día lunar* (es decir, de aproximadamente 24 horas y 50 minutos) mientras que en otros lugares solo observaremos una sola pleamar con una única bajamar o, incluso, situaciones mixtas. Así distinguimos los siguientes tipos de mareas:

Mareas semidiurnas, cuando hay dos pleamares y dos bajamares en cada día lunar, con las dos pleamares alcanzando niveles del agua muy parecidos. Este es el caso, por ejemplo, de la costa cantábrica española, como puede apreciarse en la figura 1.3 que muestra la predicción de la marea en San Vicente de la Barquera. Este es el tipo

de marea real más parecido a la marea teórica descrita en el párrafo anterior.

Mareas diurnas, solamente una pleamar y una bajamar tienen lugar durante un día lunar. Este tipo de mareas, bastante más raras que las semidiurnas, se dan en la costa norte del Golfo de Méjico, en el Mar de Java, en el Golfo de Tonkin y en algunos otros lugares. Un ejemplo de marea diurna es el mostrado en la figura 1.4 correspondiente a la predicción de marea en Veracruz (Méjico) los días 11 y 12 de noviembre de 2003.

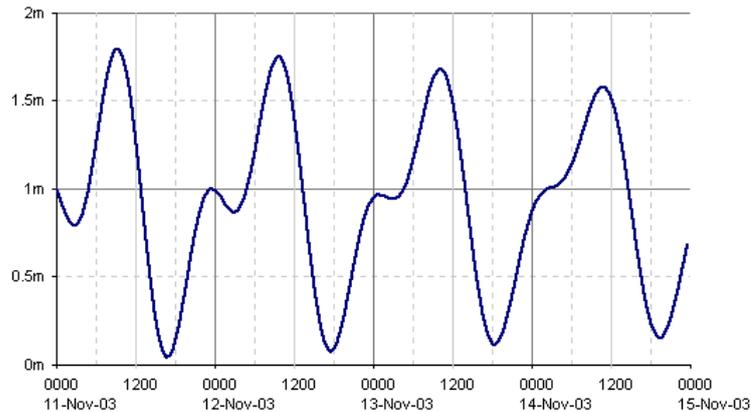


Figura 1.5: Marea mixta en Los Ángeles (Estados Unidos) los días 11, 12, 13 y 14 de noviembre de 2003 (hora local). Predicción de la *United Kingdom Hydrographic Office*.

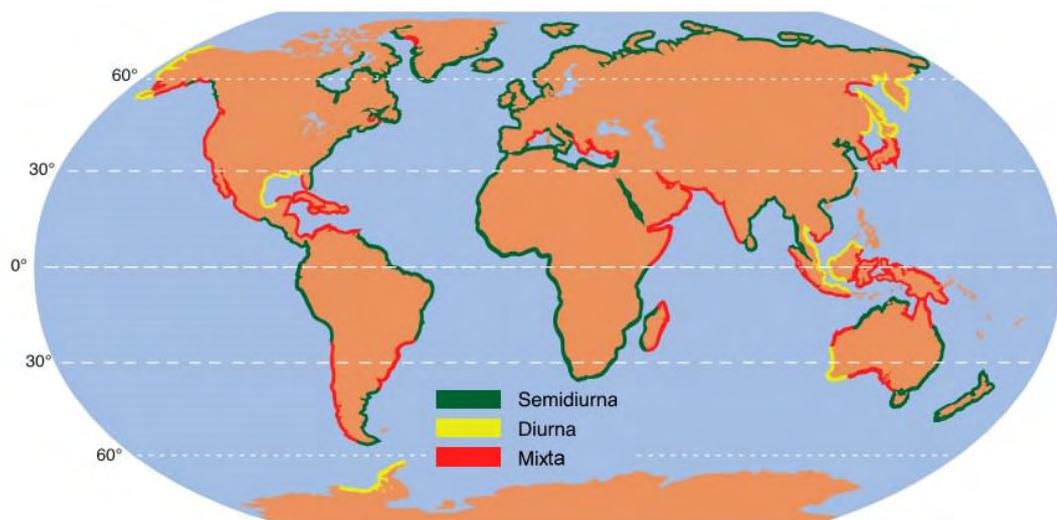


Figura 1.6: Distribución de los diferentes tipos de marea.

Mareas mixtas. En este caso la altura de la marea presenta características comunes a ambos tipos, diurna y semidiurna, simultáneamente, dando lugar a apreciables diferencias entre los niveles del agua correspondientes a dos pleamares consecutivas. En este tipo de mareas hay normalmente dos pleamares y dos bajamares por día lunar pero ocasionalmente la marea adquiera carácter diurno. Este tipo de mareas son comunes a lo largo de la costa Pacífica de Estados Unidos, por ejemplo. La figura 1.5 muestra la predicción de la marea en Los Ángeles para los días 11 - 14 de noviembre de 2003. Se aprecian claramente las características comentadas. Los primeros días se observan dos pleamares y dos bajamares, existiendo gran diferencia entre las alturas alcanzadas por el agua durante las dos pleamares y, también, entre los niveles de las

bajamares. La secuencia se repite modificándose progresivamente de modo que el día 14 de noviembre se puede afirmar que la marea tiene carácter diurno observándose una única pleamar y una sola bajamar.

En la figura 1.6 se muestra la distribución de los diferentes tipos de mareas a lo largo del planeta.

Existen, además, algunos fenómenos peculiares relacionados con las mareas en algunos lugares particulares. Por ejemplo, en Southampton (Inglaterra) tiene lugar una *doble pleamar* (figura 1.7) consistente en realidad en una muy pequeña disminución del nivel del agua en mitad de la pleamar. Esta disminución es generalmente tan pequeña que es difícil de apreciar en la práctica pero tiene la consecuencia de alargar el tiempo durante la pleamar en que el nivel del agua no sube ni baja (este tiempo se llama el *repunte de marea*, como se explica en la sección siguiente).

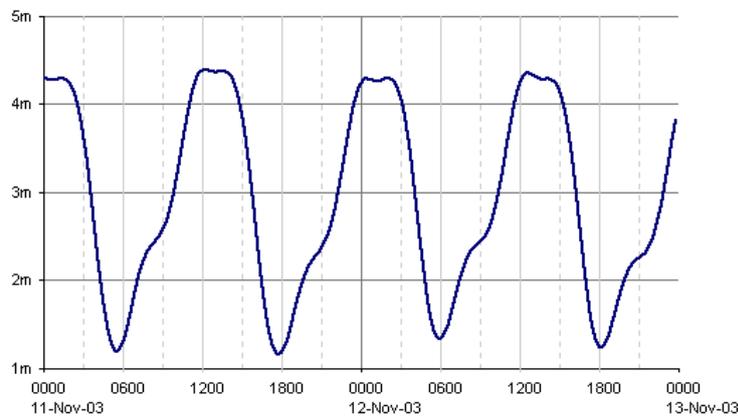


Figura 1.7: Doble pleamar en la marea de Southampton (Inglaterra) los días 11, 12 y 13 de noviembre de 2003 (hora local). Predicción de la *United Kingdom Hydrographic Office*.

Análogamente, existen lugares en los que tiene lugar una *doble bajamar*, como en Hoek Van Holland (Holanda), indicada en la figura 1.8.

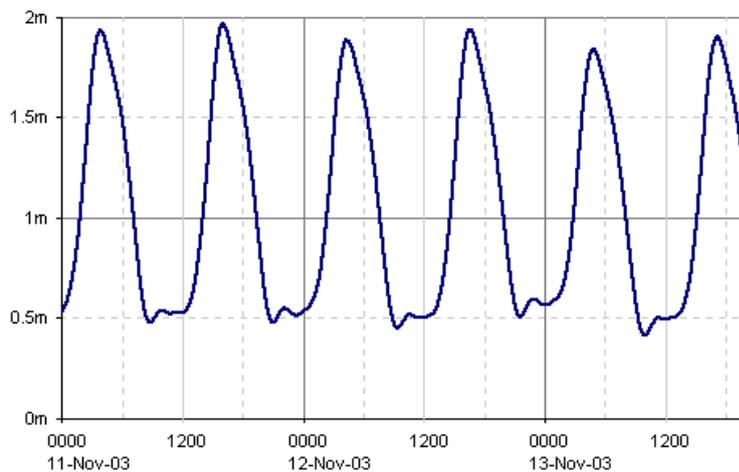


Figura 1.8: Doble bajamar en la marea de Hoek Van Holland (Holanda) los días 11, 12 y 13 de noviembre de 2003 (hora local). Predicción de la *United Kingdom Hydrographic Office*.

Fenómenos muy locales son también las **bore tides** que se dan en Alaska, en la desembocadura del Amazonas y algunos otros lugares y las **rissagues** que se dan en determinadas calas y puertos de las Islas Baleares y, muy especialmente, en el Puerto de Ciutadella (Menorca), aunque, rigurosamente hablando, las **rissagues** no deberían estar incluidas en este tema pues sus causas no tienen nada que ver con las mareas sino con bruscas variaciones de la presión atmosférica.

1.2. Terminología básica

En esta sección vamos a introducir la terminología que se utiliza comúnmente para referirse a cualquier aspecto necesario en el estudio del fenómeno de las mareas.

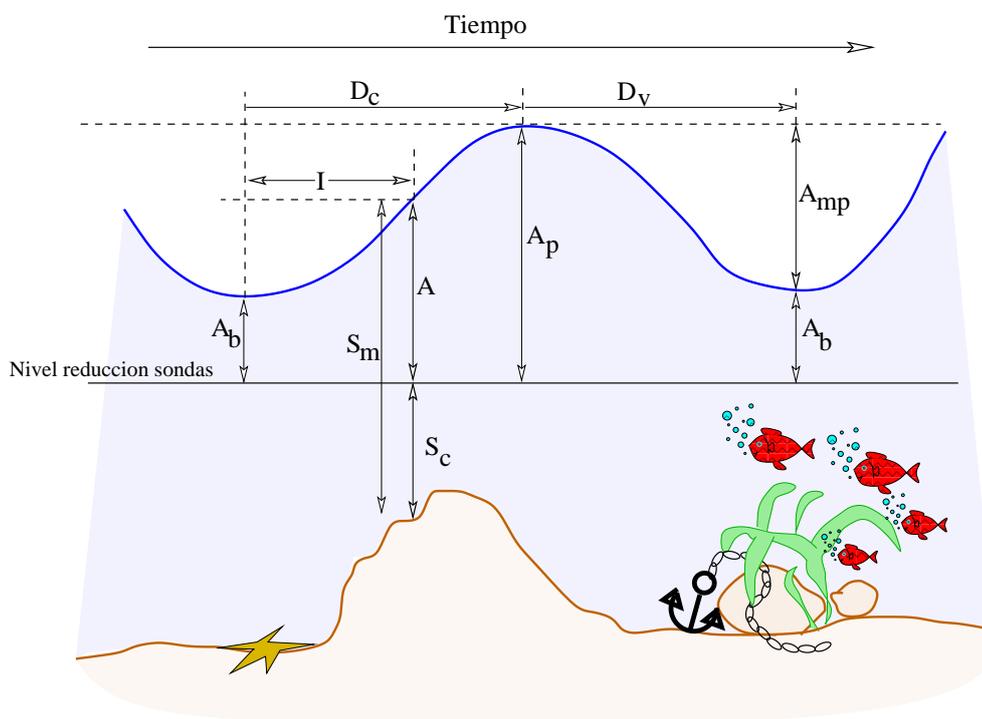


Figura 1.9: Diferentes magnitudes involucradas en el cálculo de la sonda en un lugar e instante dados.

De no existir el fenómeno de las mareas, el agua del mar tendría un nivel prácticamente constante que llamamos **nivel medio** del mar. Sin embargo, debido a la existencia de mareas, el nivel del agua alcanza, en su movimiento de ascenso, una altura máxima que se llama **pleamar**. La mínima altura alcanzada, dando lugar a la menor profundidad de agua, es la **bajamar**. La diferencia de altura entre la pleamar y la bajamar se llama **amplitud de la marea**, A_{mp} , (o, también, *carrera* de la marea). Para un mismo lugar de la Tierra, la amplitud de la marea varía de un día a otro puesto que la altura alcanzada por el agua depende de las posiciones relativas de la Tierra, el Sol y la Luna dando lugar, según acabamos de ver en la sección anterior, a mareas vivas o muertas. El ritmo de la creciente y de la vaciante, es decir, la velocidad a la que sube o baja la marea, no es uniforme. Así, partiendo de la bajamar, la marea comienza inicialmente a subir lentamente para después subir más deprisa hasta que se alcanza aproximadamente la mitad de la altura de la pleamar siguiente. Entonces el ritmo de subida disminuye hasta que se alcanza el máximo nivel del agua en la pleamar y la

creciente cesa. Durante un cierto periodo de tiempo no se aprecia movimiento alguno en el nivel del agua para después comenzar la vaciante de manera similar en cuanto al ritmo al que se produce. El periodo de tiempo en la pleamar o en la bajamar durante el que no se observa movimiento en el nivel del agua se llama **repunte de marea**.

La **altura de la marea**, A , es, en un instante dado, la elevación del nivel del agua sobre la sonda indicada en la carta, S_c . O sea, que no hay que confundir altura de marea en un instante y punto dados con la sonda en ese instante y punto, S_m . La sonda indicada en las cartas (**datum** o *nivel de reducción sondas*) españolas están referidas a la *bajamar escorada*, o nivel más bajo registrado que ha alcanzado el agua en cualquier época, que corresponderá con alguna marea de sicigia equinoccial en la que, además, coincida una situación especialmente favorable para producir mareas extraordinarias como que el Sol y la Luna estén a menor distancia de la Tierra por encontrarse la Tierra y la Luna en sus respectivos perigeos. La sonda en un instante dado será la suma del datum (la sonda indicada en la carta) más la altura de la marea en ese punto e instante, es decir, $S_m = S_c + A$.

La figura 1.9 resume gráficamente las principales magnitudes que definen (y permiten calcular) la sonda S_m en un lugar dado en un instante dado a partir de los datos que figuran en el Anuario de Mareas, como son las alturas y horas de la bajamar y pleamar, datos con los que podremos determinar el intervalo I desde o hasta la bajamar más próxima (desde en el caso representado en la figura), la duración de la creciente D_c y la duración de la vaciante D_v , etc. Pero antes de abordar ese cálculo vamos a terminar de definir una serie de conceptos útiles.

Establecimiento de puerto. Ya hemos comentado anteriormente que existe un retraso entre una fase de la Luna dada y su efecto sobre la marea, retraso llamado *edad de la marea*. Hemos dicho también que las mareas se deben a la atracción gravitatoria del Sol y, principalmente, de la Luna. Esperaríamos, entonces, que la pleamar se produjese en un determinado lugar en el momento del paso de la Luna por el meridiano de ese lugar. Sin embargo, esto no es así sino que, debido a distintos factores que analizaremos más detenidamente más adelante, se produce un retraso entre el paso de la Luna por el meridiano del lugar y la siguiente pleamar en ese lugar. Este retraso se llama **intervalo**. Si, para un determinado lugar, promediamos los intervalos medidos en Luna llena o Luna nueva, entonces obtenemos lo que se llama *establecimiento de puerto* de ese lugar (también conocido como *intervalo lunital*).

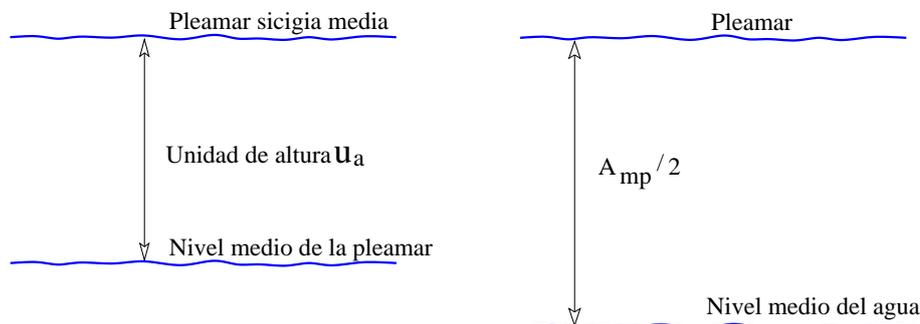


Figura 1.10: Unidad de altura y coeficiente de marea.

Unidad de altura. Se define la unidad de altura, u_a , como la diferencia entre el nivel alcanzado por el agua durante la pleamar de la marea de sicigia media y el nivel de la pleamar media (o sea, no de sicigia). Análogamente, se puede definir también como esa diferencia de niveles pero utilizando la bajamar de sicigia media y la bajamar media.

Coefficiente de marea. El coeficiente de marea (o *céntimo de marea*), C , es el cociente entre la altura de la pleamar sobre el nivel medio del agua, en un día cualquiera, $A_{mp}/2$, y la unidad de altura (figura 1.10):

$$C = \frac{A_{mp}}{2u_a} \quad (1.1)$$

El coeficiente de marea se incluía antiguamente en las tablas del Anuario de Marea para cada día de forma que multiplicado por la unidad de altura obtenemos la mitad de la amplitud de la marea $A_{mp}/2$. Si conocemos el nivel medio del agua basta entonces sumar esa cantidad $A_{mp}/2$ para obtener la altura de la pleamar o restarla para obtener la altura de la bajamar. Los valores típicos del coeficiente marea oscilan entre 0,2 y 1,20.

Para terminar esta sección de terminología, citemos finalmente la existencia de **mareógrafos** que son aparatos registradores del nivel del agua. Detectan el nivel del agua en cada instante y transmiten los datos a una central donde son procesados permitiendo obtener gráficas del nivel del agua en función del tiempo. Por supuesto, se siguen utilizando también las **escalas de marea** que, colocadas en lugares abrigados de los puertos, permiten observaciones del nivel del agua. El objetivo principal que justifica la obtención de estos gráficos y mediciones del nivel del agua es la mejora de los modelos teóricos de predicción de mareas, aspecto muy relevante en aras a la seguridad de la navegación. Estos modelos de predicción se basan en una serie de datos empíricos (o sea, obtenidos a base de observaciones) para cada lugar donde se quiera predecir la marea. La razón última es que la altura de la marea en un lugar e instante dados depende de tantos factores locales no fácilmente modelables (profundidad local, forma de la cala o puerto, corrientes, etc. etc.), además de las fuerzas gravitatorias del Sol y la Luna (que sí pueden calcularse con precisión), que en la práctica la predicción se basa en ajustar a una función matemática (inteligentemente elegida) los datos observados con anterioridad y suponer que esa misma función matemática será válida en el futuro inmediato.

1.3. Corrientes de marea

Las mareas no sólo implican un movimiento ascendente y descendente del agua sino que al subir o bajar el nivel del agua se producirán también movimientos horizontales que se conocen como *corrientes de marea*. Además, como analizaremos en detalle en el capítulo 3, la fuerza de marea en un punto dado de la Tierra no es, por lo general, vertical sino que, por el contrario, contiene tanto una componente vertical (que hace subir el nivel del agua) como una componente horizontal que contribuye al movimiento horizontal del agua, es decir, a la corriente de marea (ver figura 3.10). La respuesta del agua a estas fuerzas horizontales es extremadamente compleja y muy difícil de predecir ya que depende fuertemente de numerosas variables como la forma de la costa, la profundidad, etc. Para agravar aun más las cosas, la obtención de datos sobre la corriente de marea (esencialmente dirección y velocidad de la corriente) es un problema mucho más complejo que el registro de la altura del agua (registro en el que se basan en la práctica las predicciones de la altura de la marea). Esto hace que, en definitiva, la predicción de las corrientes de marea sea en general muy difícil y poco fiable.

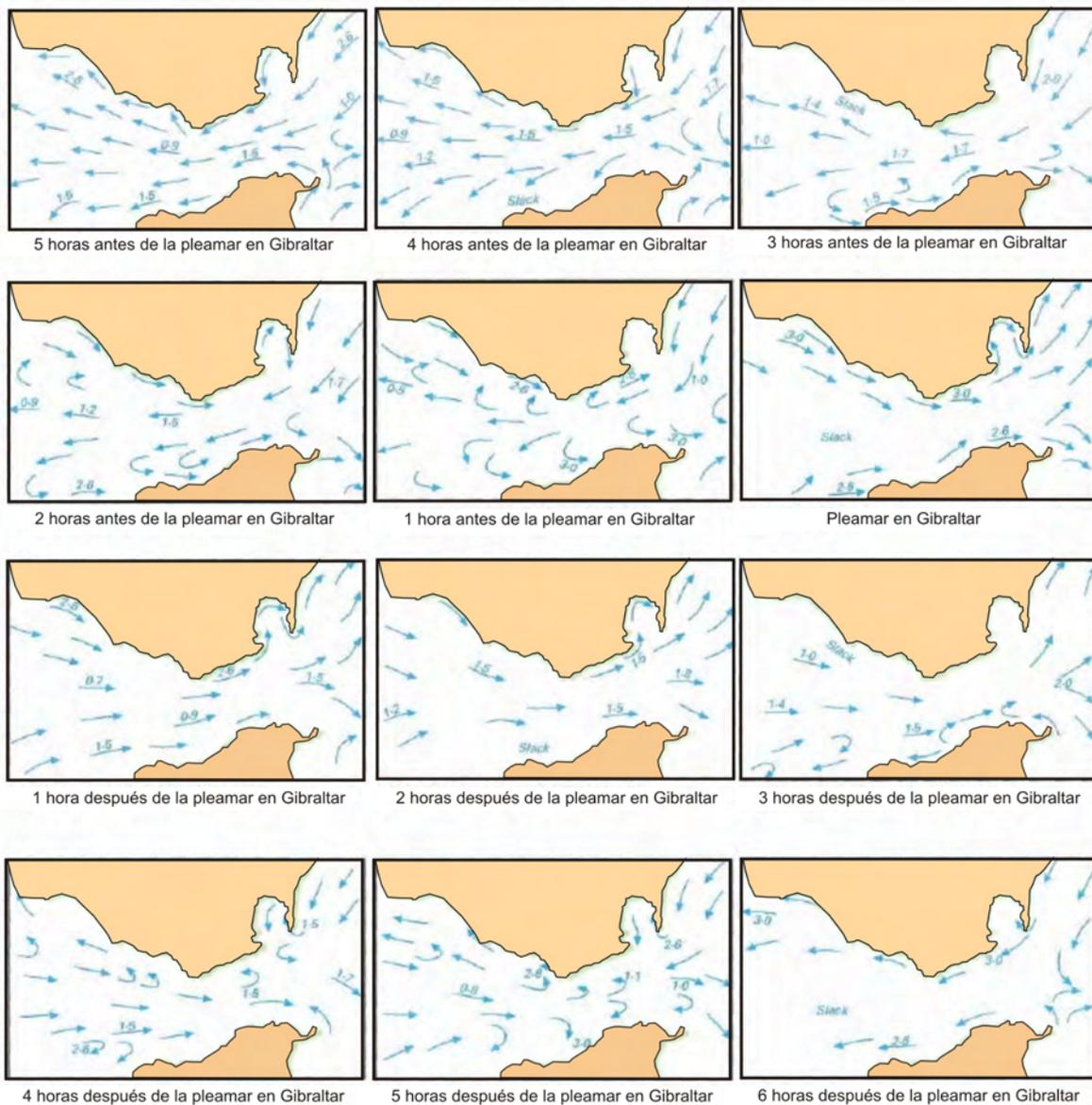


Figura 1.11: Corrientes en el Estrecho de Gibraltar.

En el océano abierto las corrientes de marea son despreciables. Sin embargo, cerca de la costa, dependiendo de la forma de ésta (especialmente en estrechos o canales), pueden ser muy intensas llegando a suponer un serio problema para la navegación, particularmente en el caso de embarcaciones menores como los barcos de recreo. Un ejemplo que conocemos bien son las corrientes de marea en el Estrecho de Gibraltar: si intentamos pasar el Estrecho sin tener en cuenta las corrientes de marea podemos encontrarnos con que la corredera nos está indicando una apreciable velocidad mientras que el GPS nos indica que estamos prácticamente parados con respecto al fondo. En zonas como esta o, por ejemplo, el Estrecho de Mesina entre Sicilia y el continente, las cartas náuticas y los derroteros contienen información sobre las corrientes, información que es necesario tener en cuenta para una navegación segura en esa zona. La figura 1.11 muestra la información sobre las corrientes en el Estrecho de Gibraltar contenida en un derrotero de la zona.



Figura 1.12: *Bore tide* en la estrecha bahía Turnagain (Alaska).

1.4. Fenómenos locales: *Bore Tides* y *Rissagues*

Una *tidal bore*⁵ es un fenómeno que ocurre en unos pocos lugares del mundo, normalmente en lugares con una amplitud de marea muy grande y donde la creciente es canalizada hacia una bahía cerrada o la desembocadura de un río. Consiste en un frente de ola que avanza con la creciente, pudiendo estar formada por una única ola rompiente o por una primera ola seguida por un tren de olas secundarias.

En la desembocadura del Amazonas el fenómeno puede ser muy peligroso para la navegación en embarcaciones menores. Conocido allí como *pororoca*, la ola puede alcanzar más de 4 metros de altura y desplazarse a 20 *km/h*.



Figura 1.13: *Pororoca* en la desembocadura del Amazonas (Brasil).

⁵Algo así como *ola de marea*. *Tide* significa marea en inglés. *Bore* proviene, al parecer, del inglés antiguo en el que *bára* significaba onda u ola. En francés se conocen como *mascarets*.

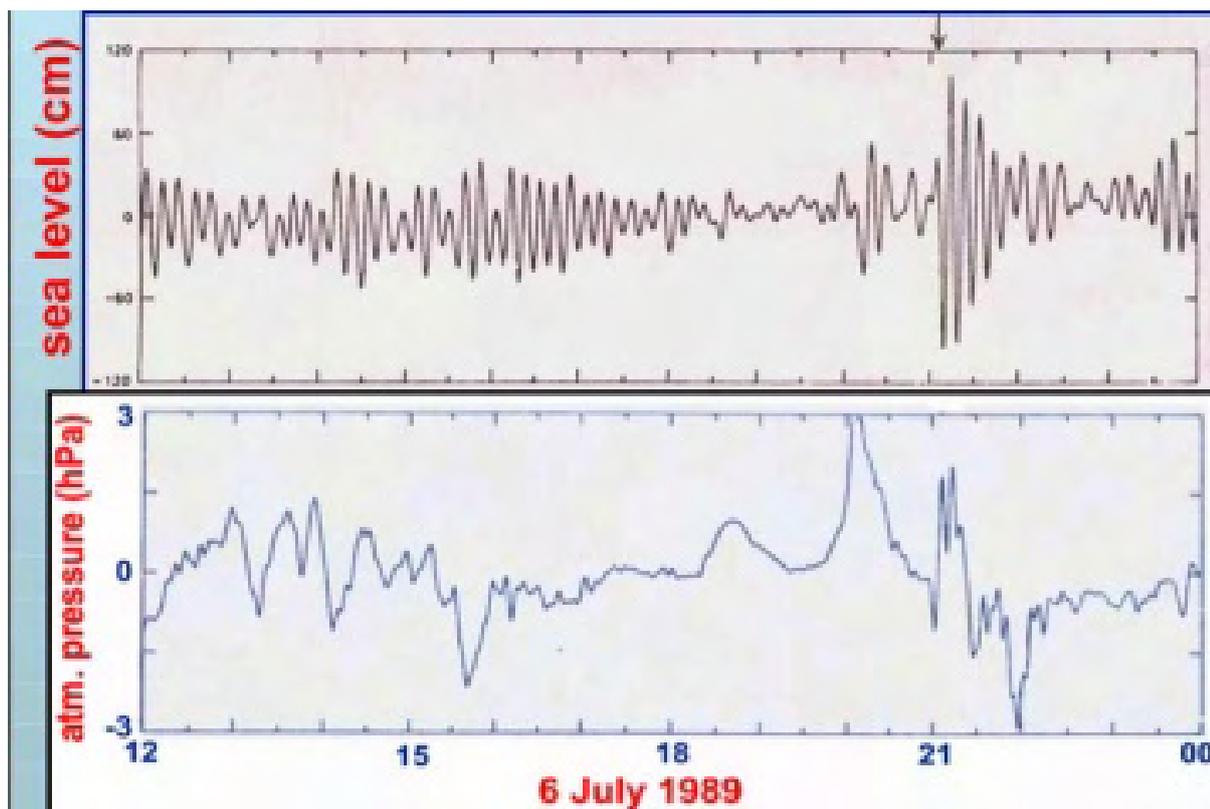


Figura 1.14: Variación del nivel del mar y de la presión atmosférica en Ciudadela (Menorca) durante la *rissaga* de Julio de 1989.

Las *rissagues*⁶ se dan en algunas calas de las islas Baleares, particularmente en el puerto de Ciudadela (Menorca), y en algunos otros lugares. Consiste en una oscilación extraordinaria y rápida del nivel del agua que puede llegar a variar en torno a 2 metros en 10 minutos. El agua se retira primero dejando la cala o puerto prácticamente vacío para después, a los pocos minutos, irrumpir de nuevo alcanzando niveles más altos de los habituales. El fenómeno es tan rápido que es prácticamente imposible reaccionar a tiempo en caso de ser sorprendido por una *rissaga*. El resultado es destrozos en las embarcaciones que se encuentran en el puerto e inundaciones en las proximidades de éste.

Las *rissagues* se trata de un fenómeno conocido desde hace siglos, si bien no fue hasta el siglo XX cuando se establecieron sus causas. En realidad no se trata de un fenómeno de marea extraordinaria, como se pensó inicialmente cuando se creía que las *rissagues* se trataban de mareas astronómicas de amplitud extraordinaria (la amplitud normal de la marea astronómica en el Mediterráneo es de tan sólo unos 20 centímetros) por razones que no se entendían. Hoy día está establecido que la causa es atmosférica: las oscilaciones bruscas del nivel del mar están asociadas a oscilaciones bruscas de la presión atmosférica, como se muestra en el gráfico de la figura 1.14 que registra el nivel del mar y la presión atmosférica en Ciudadela durante la *rissaga* del 6 de Julio de 1989.

⁶*Rissaga* es un término mallorquín que podría traducirse por resaca.



Figura 1.15: Fotos de las *rissagues* en el puerto de Palma y Ciudadela el 21 de Junio de 1984.

Capítulo 2

Predicción de las mareas. El Anuario de Mareas.

En el capítulo siguiente veremos que si bien el origen de las fuerzas de marea es muy claro, la respuesta de los océanos a esas fuerzas es extremadamente compleja. La consecuencia de ello es que no existe un modelo teórico que proporcione ecuaciones que permitan predecir la hora y la altura de la marea de manera general. Por ello las predicciones se hacen para puntos (puertos) concretos y se basan en ajustes numéricos de series de datos obtenidos mediante mareógrafos colocados en los puertos de interés.

En España la predicción oficial de las mareas es misión del Instituto Hidrográfico de la Marina que publica cada año el Anuario de Mareas (figura 2.1). Los datos obtenidos de un mareógrafo situado en el puerto consisten en una serie de alturas del agua en función del tiempo, lo que se conoce como *series temporales*. Esos datos de altura del agua en función del tiempo son entonces ajustados a una expresión matemática (una *serie armónica*) de la forma:

$$\eta(t) = a_0 + \sum_{n=1}^k a_n \cos(\omega_n t + \alpha_n) \quad (2.1)$$

donde $\eta(t)$ es la altura del agua en el instante t , a_0 es la altura media del agua (referida al nivel de reducción de sondas) y a_n , ω_n , α_n son las amplitudes, frecuencias angulares y fases de las k componentes armónicas que se utilizan para ajustar la serie temporal. La precisión de la predicción será mayor cuantas más componentes armónicas se utilicen, es decir, cuanto mayor sea k . En la práctica, el número de componentes armónicas que pueden obtenerse del ajuste de los datos registrados por el mareógrafo depende de lo larga que sea la serie temporal, es decir, del tiempo que el mareógrafo ha estado registrando datos del nivel del agua.

Las series temporales utilizadas en las predicciones del Anuario de Mareas están obtenidas mediante el programa RIMA (Red Integrada de Mareógrafos). Este programa es una colaboración del Instituto Español de Oceanografía, el Instituto Geográfico Nacional, Puertos del Estado y el Instituto Hidrográfico de la Marina. También se utilizan series temporales mucho más cortas obtenidas durante las campañas de los buques científicos de la Armada a lo largo de todo el litoral nacional. Por ello es necesario distinguir la categoría de las predicciones incluidas en el Anuario según la longitud de las series temporales en que están basados:

Puerto Principal. Se considera Puerto Principal aquél para el que se dispone de al menos un año de datos. Esto permite obtener un ajuste de la forma indicada por la

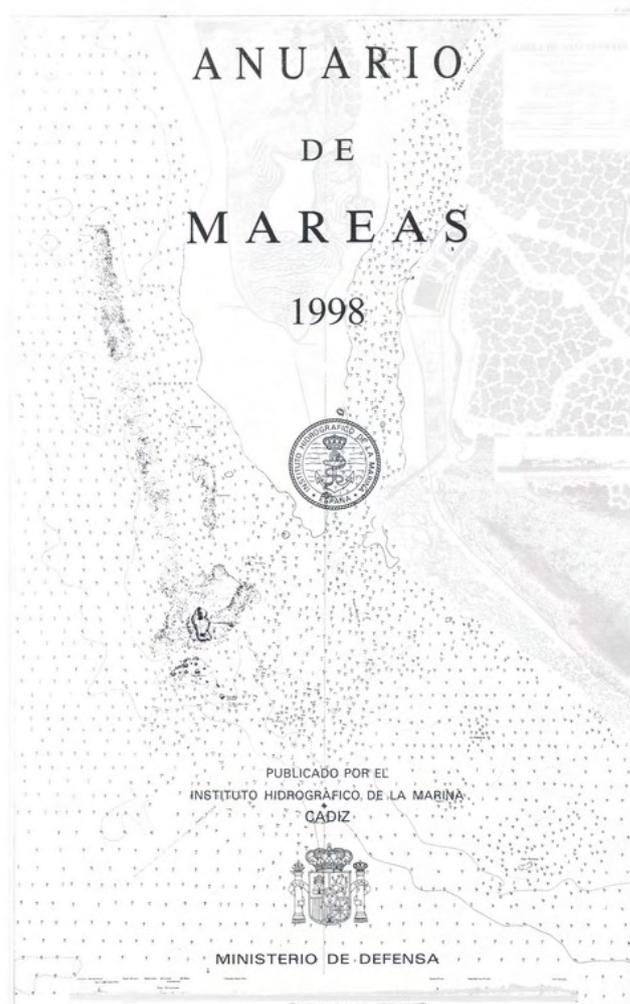


Figura 2.1: Anuario de Mareas publicado por el Instituto Hidrográfico de la Marina.

ecuación (2.1) con al menos 68 componentes armónicas.

Puerto Secundario. Cuando se dispone de series temporales de duración menor a un año entonces el puerto tiene la consideración de Puerto Secundario. En cualquier caso, las series temporales útiles nunca pueden ser de duración menor a 28 días pues la onda de marea así obtenida no sería suficientemente precisa¹.

La predicción de la marea para los puertos principales tiene una precisión de un centímetro en las alturas y de un minuto en las horas. La predicción para los puertos secundarios depende de la calidad y cantidad de las constantes armónicas utilizadas en su cálculo, lo cual está en función del número de observaciones realizadas para el puerto en cuestión. Es importante destacar que existen *puertos patrones* para los que no se dispone de una serie temporal lo suficientemente larga como para poder ser considerados puertos principales. Para estos puertos no puede esperarse la misma precisión que la obtenida para los puertos principales a pesar de ser puertos patrones.

¹Como es natural, los 28 días se deben a la duración del periodo sidéreo de la Luna.

AÑO 1998

SANTANDER

OCTUBRE			NOVIEMBRE			DICIEMBRE								
Día	Hora	Alt./m												
1	05 23	1.79	16	00 52	3.67	1	00 43	3.93	16	01 41	3.89	1	01 04	4.20
J	11 44	3.60	V	06 47	1.46	D	06 44	1.20	L	07 42	1.26	M	07 07	0.97
	17 58	1.54	V	13 13	3.89	D	13 01	4.25	L	14 00	3.96	M	13 26	4.45
				19 19	1.24		19 11	0.86		20 05	1.12		19 34	0.73
													20 12	1.23
2	00 24	3.57	17	01 36	3.84	2	01 30	4.25	17	02 15	4.03	2	01 53	4.46
V	06 26	1.51	S	07 31	1.25	L	07 32	0.86	L	08 19	1.12	X	07 58	0.71
	12 42	3.88	S	13 54	4.02	L	13 48	4.55	M	14 33	4.04	X	14 17	4.64
	18 53	1.20		19 59	1.06		19 57	0.56		20 38	1.03		20 22	0.56
3	01 14	3.88	18	02 12	3.98	3	02 14	4.53	18	02 48	4.14	3	02 41	4.65
S	07 15	1.17	D	08 10	1.06	M	08 18	0.56	X	08 53	1.03	○	08 48	0.52
	13 30	4.20	D	14 29	4.12	M	14 35	4.80	X	15 05	4.10	○	15 06	4.75
	19 40	0.83		20 34	0.93		20 42	0.35		21 10	0.98		21 10	0.49
4	01 58	4.19	19	02 44	4.10	4	02 58	4.74	19	03 19	4.22	4	03 28	4.76
D	07 59	0.82	L	08 44	0.93	○	09 04	0.36	●	09 26	0.97	V	09 37	0.44
	14 14	4.52	L	15 00	4.18	○	15 21	4.93	●	15 36	4.13	V	15 55	4.74
	20 23	0.50		21 06	0.84		21 27	0.27		21 41	0.98		21 56	0.53
5	02 39	4.47	20	03 14	4.18	5	03 43	4.83	20	03 50	4.26	5	04 15	4.76
○	08 42	0.52	●	09 17	0.85	J	09 50	0.29	V	09 58	0.96	S	10 25	0.48
	14 57	4.78	●	15 30	4.21	J	16 08	4.92	V	16 07	4.12	S	16 43	4.62
	21 06	0.26		21 37	0.82		22 12	0.34		22 11	1.02		22 42	0.67
6	03 21	4.68	21	03 43	4.22	6	04 28	4.80	21	04 21	4.26	6	05 02	4.66
M	09 24	0.30	X	09 49	0.84	V	10 37	0.36	S	10 31	0.99	D	11 14	0.63
	15 41	4.94	X	15 59	4.20	V	16 56	4.78	S	16 39	4.08	D	17 31	4.41
	21 49	0.15		22 06	0.86		22 58	0.54		22 43	1.10		23 29	0.87
7	04 03	4.77	22	04 12	4.23	7	05 15	4.67	22	04 55	4.21	7	05 50	4.48
X	10 08	0.22	J	10 19	0.88	S	11 28	0.57	D	11 05	1.07	L	12 04	0.85
	16 26	4.96	J	16 28	4.15	S	17 45	4.51	D	17 14	3.99	L	18 20	4.15
	22 32	0.20		22 36	0.94		23 46	0.83		23 17	1.21		23 42	1.15
8	04 46	4.75	23	04 42	4.19	8	06 05	4.44	23	06 32	4.12	8	00 16	1.12
J	10 53	0.29	V	10 51	0.96	D	12 18	0.86	L	11 43	1.17	M	06 39	4.24
	17 12	4.83	V	16 59	4.07	D	18 38	4.19	L	17 52	3.87	M	12 55	1.11
	23 17	0.40		23 05	1.08					23 55	1.36		19 10	3.88
9	05 32	4.60	24	05 14	4.11	9	00 36	1.16	24	06 13	3.99	9	01 07	1.37
V	11 41	0.49	S	11 24	1.10	L	07 00	4.16	M	12 26	1.31	X	07 32	3.99
	18 01	4.57	S	17 32	3.94	L	13 15	1.18	M	18 36	3.72	X	13 49	1.36
				23 37	1.25		19 37	3.86					20 06	3.64
10	00 04	0.71	25	05 49	3.99	10	01 32	1.47	25	00 40	1.52	10	02 03	1.59
S	06 22	4.36	D	12 00	1.26	M	08 03	3.90	X	07 01	3.85	○	06 32	3.76
	12 33	0.81	D	18 08	3.79	M	14 19	1.46	X	13 16	1.45	○	14 49	1.56
	18 55	4.23					20 45	3.59		19 30	3.57		21 10	3.47
11	00 56	1.08	26	00 14	1.44	11	02 39	1.71	26	01 34	1.67	11	03 07	1.74
D	07 19	4.07	L	06 30	3.84	○	09 16	3.70	J	08 00	3.73	V	09 39	3.59
	13 31	1.16	L	12 43	1.45	○	15 32	1.63	J	14 16	1.55	V	15 55	1.67
	19 57	3.87		18 53	3.60		22 03	3.46		20 37	3.48		22 19	3.41
12	01 55	1.43	27	00 59	1.65	12	03 56	1.80	27	02 42	1.75	12	04 17	1.79
○	08 27	3.80	M	07 20	3.67	J	10 35	3.62	○	09 10	3.68	S	10 48	3.52
	14 41	1.47	M	13 36	1.63	J	16 48	1.66	○	15 27	1.56	S	17 02	1.68
	21 12	3.58		19 50	3.42		23 16	3.48		21 56	3.50		23 25	3.45
13	03 08	1.69	28	01 57	1.83	13	05 11	1.75	28	03 59	1.71	13	05 24	1.74
M	09 50	3.64	○	08 27	3.54	V	11 43	3.66	S	10 25	3.76	D	11 51	3.55
	16 04	1.63	○	14 43	1.74	V	17 54	1.56	S	16 39	1.44	D	18 02	1.60
	22 39	3.47		21 09	3.33					23 09	3.67		23 40	3.83
14	04 33	1.77	29	03 16	1.90	14	00 16	3.59	29	05 11	1.53	14	00 20	3.57
X	11 13	3.64	J	09 48	3.52	S	06 12	1.60	D	11 32	3.95	L	06 22	1.63
	17 26	1.59	J	16 04	1.71	S	12 38	3.75	D	17 45	1.22	L	12 44	3.63
	23 55	3.53		22 38	3.40		18 45	1.41					18 52	1.48
15	05 49	1.66	30	04 41	1.80	15	01 02	3.74	30	00 10	3.92	15	01 06	3.72
J	12 21	3.74	V	11 05	3.66	D	07 01	1.42	L	06 12	1.26	M	07 11	1.48
	18 31	1.43	V	17 19	1.51	D	13 22	3.86	L	12 32	4.19	M	13 28	3.73
				23 48	3.63		19 28	1.26		18 42	0.96		19 34	1.34
			31	05 49	1.54									
			S	12 08	3.93									
				18 20	1.20									
												31	01 38	4.26
												J	07 45	0.89
													14 06	4.36
													20 08	0.80

Las alturas expresadas se sumarán a las sondas de las cartas españolas para obtener la sonda en las horas de pleamar o bajamar. Las horas corresponden al huso 0. — Para tener horas oficiales SUMESE EL ADELANTO VIGENTE.

Figura 2.2: Página del Anuario de Mareas con datos para las alturas y horas de la pleamar y la bajamar en un puerto patrón (Santander).

2.1. El uso del Anuario de Mareas

La terminología básica fue introducida en el capítulo primero y está resumida en la figura 1.9. Es importante insistir en que no debemos confundir la *altura de la marea*, A , en un instante dado con la *sonda*, S_m , en ese instante. La sonda es la profundidad total sobre el fondo en ese instante mientras que la altura de marea es la que tiene el nivel del agua en ese instante medida desde el nivel de reducción de sondas, S_c (la sonda indicada en las cartas). Por tanto,

$$S_m = S_c + A \quad (2.2)$$

DIFERENCIAS DE HORA Y ALTURA

Núm.	LUGAR	Latitud Norte	Longitud Oeste	Diferencias con el puerto Patrón				Puerto Patrón
				HORA		ALTURA		
				Pleamares	Bajamares	Pleamares	Bajamares	
				metros	metros			
81	Tarifa*	36° 00'	5° 36'					Pág. 139
82	Algeciras*	36 07	5 27					Pág. 145
83	Gibraltar*	36 08	5 21					Pág. 151
84	Ceuta*	35 53	5 16					Pág. 157
MARRUECOS								
85	Tánger*	35 47	5 48					Pág. 163
86	Asilah (Arcila)	35 28	6 02	-0 05	-0 05	+0,66	+0,09	Tánger
87	El Aaraich (Larache)	35 12	6 09	-0 05	-0 05	+0,64	+0,08	Tánger
87.1	Rabat	34 40	6 49	-0 15	-0 15	+0,43	+0,06	Tánger
87.2	Cabo Juby	27 57	12 54	+0 20	+0 20	+0,66	+0,08	Cabo Bojador
88	Ifni (Tamajarasch)*	29 33	10 04					Pág. 171
ISLAS CANARIAS								
89	Arrecife (Lanzarote)	28 57	13 33	+0 45	+0 45	+0,13	+0,01	Puerto de la Luz
89.1	La Graciosa	29 14	13 30	+0 10	+0 10	+0,17	+0,02	Puerto de la Luz
89.2	El Golfo (Lanzarote)	28 59	13 50	+0 20	+0 20	-0,04	-0,01	Puerto de la Luz
90	Corralejo (Fuerteventura)	28 44	13 52	+0 10	+0 10	+0,09	+0,01	Puerto de la Luz
90.1	Punta Tostón (Fuerteventura)	28 41	14 01	+0 25	+0 25	+0,17	+0,02	Puerto de la Luz
90.2	Puerto Rosario (Fuerteventura)	28 30	13 52	+0 10	+0 10	+0,09	+0,01	Puerto de la Luz
90.3	Roca Horadada (Fuerteventura)	28 24	14 09	+0 10	+0 10	+0,08	+0,01	Puerto de la Luz
90.4	Pozo Negro (Fuerteventura)	28 19	13 54	+0 10	+0 10	+0,02	0,00	Puerto de la Luz
90.5	Gran Tarajal (Fuerteventura)	28 12	14 02	+0 05	+0 05	0,00	0,00	Puerto de la Luz
90.6	Jandía (Fuerteventura)	28 04	14 30	-0 05	-0 05	-0,11	-0,02	Puerto de la Luz
91	Puerto de la Luz (Gran Canaria)*	28 09	15 25					Pág. 177
91.1	Puerto de las Nieves (G. Canaria)	28 06	15 43	+0 30	+0 30	-0,06	-0,01	Puerto de la Luz
91.2	Maspalomas (Gran Canaria)	27 44	15 36	-0 15	-0 15	-0,24	-0,03	Puerto de la Luz
91.3	Arguineguin (Gran Canaria)	27 45	15 40	-0 10	-0 10	-0,25	-0,04	Puerto de la Luz
91.4	Playa de Mogan (Gran Canaria)	27 49	15 46	-0 05	-0 05	-0,25	-0,04	Puerto de la Luz
92	Santa Cruz de Tenerife*	28 29	16 14					Pág. 183
92.1	Punta Abona (Tenerife)	28 09	16 26	+0 05	+0 05	-0,43	-0,06	Puerto de la Luz
92.2	Los Cristianos (Tenerife)	28 03	16 43	+0 55	+0 55	-0,35	-0,05	Puerto de la Luz
92.3	Playa de San Marcos (Tenerife)	28 23	16 43	+0 40	+0 40	-0,11	-0,02	Puerto de la Luz
92.4	Punta Anaga (Tenerife)	28 35	16 08	+0 55	+0 55	-0,22	-0,03	Puerto de la Luz
93	San Sebastián de la Gomera	28 06	17 06	0 00	0 00	-0,43	-0,06	Puerto de la Luz
94	Santa Cruz de la Palma	28 40	17 46	+0 55	+0 55	-0,28	-0,04	Puerto de la Luz
94.1	Tazacorte (La Palma)	28 38	17 56	+0 35	+0 35	-0,52	-0,07	Puerto de la Luz
95	Puerto Hierro (Hierro)	27 47	17 55	+0 30	+0 30	+0,26	+0,03	Puerto de la Luz
SAHARA OCCIDENTAL								
96	Aaiún	27 06	13 25	+0 25	+0 25	+0,11	+0,02	Cabo Bojador
96.1	Médano de Santiago	26 56	13 29	+0 05	+0 05	+0,12	+0,01	Cabo Bojador
96.2	Río Sakiet (Boca de Sotavento)	26 37	13 36	+0 20	+0 20	+0,15	+0,06	Cabo Bojador
97	Cabo Bojador*	26 07	14 30					Pág. 189
97.1	Morro del Ancla	25 03	14 50	+0 20	+0 20	0,00	0,00	Cabo Bojador
98	Dakhla-Villa Cisneros (Barra)*	23 38	16 00					Pág. 195
98.1	Dakhla-Villa Cisneros (Muelle)	23 42	15 56	+0 15	+0 15	+0,13	+0,02	Villa Cisneros
98.2	Angra de Caballo	24 06	15 40	+0 50	+0 50	+0,02	+0,01	Villa Cisneros
98.3	Puerto Rico	23 30	15 58	-0 35	-0 35	-0,18	-0,02	Villa Cisneros
98.4	Angra de Cintra	23 05	16 13	-1 35	-1 35	-0,19	-0,02	Villa Cisneros
98.5	El Argub	23 37	15 53	-0 10	-0 10	+0,05	+0,01	Villa Cisneros
98.6	Gorrei	22 51	16 18	-0 40	-0 40	-0,30	-0,04	Villa Cisneros
98.7	Tarajalillo	22 20	16 30	-0 50	-0 50	-0,30	-0,03	Villa Cisneros
99	Güera	20 51	17 07	-1 10	-1 10	-0,58	-0,07	Villa Cisneros

Ver predicción en la página correspondiente

Figura 2.3: Página del Anuario de Mareas con datos para las alturas y horas de la pleamar y la bajamar en puertos secundarios.

Cálculo de la hora y la altura de las pleamares y bajamares. Estos son los datos que, para cada puerto, nos proporciona directamente el Anuario de mareas para cada día del año. No es necesario, por tanto, realizar ningún cálculo para establecer las horas y alturas de las bajamares y pleamares. En la figura 2.2 se muestra una de las páginas del Anuario con datos de alturas y horas para las mareas de un puerto patrón (Santander). Como se ve en la figura Santander posee un régimen de mareas semidiurnas con dos bajamares y dos pleamares por día.

Obsérvese el comentario al final de la página: las horas consignadas corresponden al huso cero, es decir, se trata de horas TU . Debe tenerse este hecho en cuenta al resolver problemas de examen en los que habitualmente se utiliza la hora de reloj de bitácora, HRB . Tradicionalmente, la HRB de un barco en navegación se ajusta a la hora del huso en el que se encuentra navegando, modificándose la HRB en una hora cada vez que el barco cambia de un huso a otro. Así que, en principio, en los problemas de navegación de los exámenes de Patrón de Yate, que tienen lugar siempre en la zona del Estrecho de Gibraltar, la HRB que se consigna debe interpretarse directamente como hora TU (pues el Estrecho se encuentra en el huso cero). Sin embargo, en caso de duda no debe dejarse de contrastar este hecho con el examinador pues es común utilizar como hora de reloj de bitácora en navegaciones cortas que no cambian de huso horario la hora oficial H_o en lugar de la hora legal H_z . En este caso debemos tener en cuenta el adelanto vigente (dos horas en primavera y verano y una en otoño e invierno) para pasar las horas consignadas en el Anuario a horas HRB del problema en cuestión.

En la figura 2.3 se muestra una página del Anuario con datos de pleamares y bajamares en puertos secundarios. Como se observa, estos datos se dan en forma de diferencia de alturas en el nivel del agua y diferencia de horas con respecto a las bajamares y pleamares en el puerto patrón que cada puerto secundario tiene asignado. Basta entonces buscar las horas y alturas de las mareas en el puerto patrón correspondiente el día que nos interesa y aplicar las correcciones para obtener las horas y alturas de las mareas en el puerto secundario.

Cálculo de la sonda en un momento dado. Este es el caso práctico más interesante en el que podemos distinguir dos posibilidades:

1. *Problema directo.* Se trata de hallar la sonda en un lugar en un instante dado, S_m . El problema se reduce a hallar la *corrección aditiva*, C_a , a la bajamar más próxima pues de la figura 2.4 es evidente que

$$S_m = S_c + A_b + C_a \quad (2.3)$$

Para obtener la corrección aditiva C_a se puede utilizar la tabla de la página XVIII del Anuario, pero para evitar interpolaciones es más sencillo aproximar la variación del nivel del agua entre una bajamar y pleamar consecutivas por una senoide. De esa manera, tomando como origen el nivel medio del agua entre ambas (figura 2.4), tenemos:

$$C_a = \frac{A_{mp}}{2} - x = \frac{A_{mp}}{2} (1 - \cos \alpha) = A_{mp} \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

El ángulo α lo podemos expresar en función de la duración de la creciente, D_c , (o de la vaciante si el instante de interés está después de la pleamar) y del intervalo de tiempo I transcurrido desde la anterior bajamar (o que falta para la próxima bajamar): durante el tiempo D_c (o D_v) el ángulo α pasa de 0° a 180° . Entonces al intervalo I le corresponde un valor $\alpha = 180^\circ I/D_{c/v}$. Así pues,

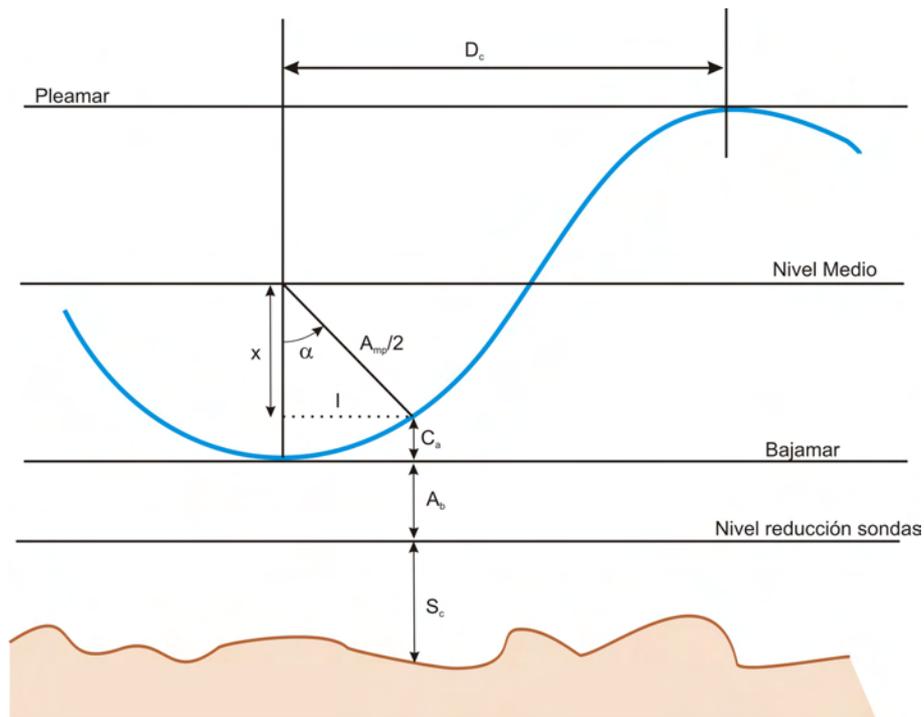


Figura 2.4: Cálculo de la sonda en un instante dado.

$$S_m = S_c + A_b + A_{mp} \sin^2 \left(\frac{90^\circ I}{D_{c/v}} \right) \quad (2.4)$$

ecuación que nos permite obtener la sonda en un instante dado a partir de los datos de la bajamar y pleamar entre las que se encuentra ese instante. La tabla de la página XVIII del Anuario no es más que los valores de $A_{mp} \sin^2 \left(\frac{90^\circ I}{D_{c/v}} \right)$.

EJEMPLO 1. El 10 de Noviembre de 1998 nos encontrábamos en el puerto de Santander en un punto con sonda de carta de 5 m. ¿Cuál es la sonda a $HRB = 04 : 25$? ¿Y a $HRB = 10 : 12$?

La $HRB = 04 : 25$ en el puerto de Santander corresponden a las 04 : 25 TU (hora de reloj de bitácora ajustada a la hora legal). En la figura 2.2 tenemos la página del Anuario de la que obtenemos para el puerto de Santander:

Hora	Altura (m)
01 : 32	1,47
08 : 03	3,90
14 : 19	1,46
20 : 45	3,59

El instante que a nosotros nos interesa se encuentra entre la primera bajar y la primera pleamar. Con estos datos obtenidos del Anuario, tenemos: $A_b = 1,47$ metros, $D_c = 08 : 03 - 01 : 32 = 06 : 31 = 6,51666666$ horas, $A_{mp} = 3,90 - 1,47 = 2,43$ metros, $I = 04 : 25 - 01 : 32 = 02 : 53 = 2,88333333$ horas. La ecuación 2.4 nos da entonces la sonda a las 04 : 25 TU:

$$S_m = 5 + 1,47 + 2,43 \sin^2 \left(\frac{90^\circ \times 2,8833333}{6,51666666} \right) = 7,47 \text{ m}$$

En el caso del segundo instante, 10 : 12 *TU*, nos encontramos entre la primera pleamar y la segunda bajamar, así que es con respecto a esta última que hemos de aplicar la ecuación 2.4. Ahora tenemos $A_b = 1,46$ metros, $D_v = 14 : 19 - 08 : 03 = 6,2666666$ horas, $A_{mp} = 3,90 - 1,46 = 2,44$ metros, $I = 14 : 19 - 10 : 12 = 4,11666666$ horas. Por tanto,

$$S_m = 5 + 1,46 + 2,44 \sin^2 \left(\frac{90^\circ \times 4,1166666}{6,2666666} \right) = 8,26 \text{ m}$$

EJEMPLO 2. En un lugar con una $S_c = 2,00 \text{ m}$, justo en el muelle de Isla Cristina, deseamos conocer que sonda tendremos el día 22 de Junio de 1988 a $HRB = 21 : 05$. El Anuario de mareas de 1988 indica que Isla Cristina es un puerto secundario que mantiene las siguientes diferencias en horas y alturas con su puerto patrón (Huelva): para las pleamares, $Dif_h = +00 : 10$, $Dif_a = -0,08 \text{ m}$. Para las bajamares, $Dif_h = +00 : 10$, $Dif_a = -0,10 \text{ m}$. Para el puerto de Huelva el Anuario consigna los siguientes datos para la pleamar anterior y la bajamar posterior al instante de interés: pleamar a las 19 : 58 con altura 2,55 *m* y bajamar a las 02 : 11 (del día 23) con altura 1,20 *m*.

Se trata en este caso del cálculo de la sonda en un instante dado en un puerto secundario. Lo primero que hemos de hacer es calcular las horas y alturas de las mareas en Isla Cristina a partir de los datos del Anuario: pleamar a las 20 : 08 con altura 2,47 *m*. Bajamar a las 02 : 21 con altura $A_b = 1,19 \text{ m}$. Ahora el resto del problema es idéntico al segundo caso del ejemplo anterior. Se trata de obtener la sonda en un instante dado entre una pleamar y la siguiente bajamar. Los datos relevantes son, además de A_b , $D_v = 6,2166666$ horas, $A_{mp} = 1,28$ metros, $I = 5,2666666$ horas (intervalo desde el instante de interés hasta la siguiente bajamar). La sonda es entonces:

$$S_m = 52 + 1,19 + 1,28 \sin^2 \left(\frac{90^\circ \times 5,2666666}{6,21666666} \right) = 4,40 \text{ m}$$

2. *Problema inverso.* Se trata de calcular el instante en el que la sonda en un punto dado tendrá un valor concreto. No tenemos más que utilizar de nuevo la ecuación (2.4) pero en esta ocasión para calcular el intervalo I desde la anterior bajamar o hasta la siguiente bajamar. Una vez obtenido I no tendremos más que sumarlo o restarlo, según sea el caso, a o de la hora de la bajamar más próxima que habremos consultado en el Anuario. Obtendremos así la hora *TU* correspondiente al instante en que la sonda es la deseada.

EJEMPLO 3. ¿A qué hora oficial tendremos una sonda de 8 metros antes de la primera pleamar del 10 de Noviembre de 1998 en el puerto de Santander donde la sonda de la carta es de 5 *m*?

Con los datos de las mareas en Santander en día en cuestión (ejemplo 1) tenemos: $A_b = 1,47$ metros, $D_c = 08 : 03 - 01 : 32 = 6,51666666$ horas, $A_{mp} = 3,90 - 1,47 = 2,43$. De la ecuación (2.4):

$$8 = 5 + 1,47 + 2,43 \sin^2 \left(\frac{90^\circ \times I}{6,51666666} \right)$$

Es decir,

$$\sin^2\left(\frac{90^\circ \times I}{6,51666666}\right) = 0,6296296 \Rightarrow \sin\left(\frac{90^\circ \times I}{6,51666666}\right) = 0,793492 \Rightarrow \frac{90^\circ \times I}{6,51666666} = 52,513052^\circ$$

Así que el intervalo transcurrido desde la bajamar es:

$$I = 3,8023 h = 03 : 48$$

La hora TU a la que teníamos 8 metros de sonda es entonces $01 : 32 + 03 : 48 = 05 : 20$ y la correspondiente hora oficial es $H_o = 06 : 20$ pues el adelanto vigente en noviembre es de una hora.

2.2. La regla de los doceavos

Esta es una simple regla para determinar la altura aproximada de la marea de manera rápida. La regla está basada en el hecho de que en las zonas de mareas semi-diurnas como la costa española, la duración de la creciente o de la vaciante es de aproximadamente 6 horas y, como se muestra en la figura 2.4, el nivel del agua varía de manera sinusoidal durante la creciente o vaciante. Eso quiere decir que tras la bajamar el nivel del agua sube primero lentamente para hacerlo después más rápido (la mayor velocidad de subida se tiene en mitad de la creciente). Posteriormente, el nivel sube de nuevo más despacio hasta alcanzar su máximo en la pleamar. Lo mismo sucede, pero con el nivel del agua bajando, durante la vaciante.

La regla de los doceavos aproxima esa variación del nivel del agua de la siguiente manera:

El nivel del agua sube $1/12$ de la amplitud de marea durante la primera hora de la creciente, durante la segunda hora sube $2/12$, durante la tercera y cuarta horas sube $3/12$. Durante la quinta hora de creciente la marea sube $2/12$ de su amplitud total y, finalmente, durante la sexta hora sube $1/12$ de la amplitud.

Con esta simple regla podemos aproximar razonablemente la altura del agua en un momento dado sin más que conocer las horas y alturas de las bajamares y pleamares del día en cuestión. Existe también una regla empírica de este tipo para establecer la velocidad de la corriente de marea en función de la hora. En concreto, la regla de los $50/90$ que se aplica de la siguiente manera:

Se determina primero si estamos en momento de mareas vivas o muertas ya que la velocidad máxima de la corriente de marea es aproximadamente la mitad en mareas muertas que en mareas vivas. En cualquier caso, la velocidad máxima de la corriente es un dato que debe ser conocido a partir de la información de los derroteros o las cartas náuticas de la zona. Una hora después del cambio de marea la velocidad de la corriente es el 50 % de su velocidad máxima. Dos horas después del cambio de marea la velocidad de la corriente es el 90 % de su valor máximo. Tres horas después la velocidad de la corriente es máxima. A partir de aquí se aplica la misma regla al revés, bajando al 90 % a las cuatro horas del cambio de marea y al 50 % a las cinco horas.

En cualquier caso, estas reglas empíricas dan tan sólo una burda aproximación al nivel del agua y a la velocidad de la corriente. Como ya se ha comentado, la respuesta del agua a las fuerzas de mareas es extremadamente compleja y depende de numerosas variables locales que hacen de la predicción de las mareas un problema complejo y empírico para cada punto de interés.

2.3. Corrección de la altura de marea por efectos meteorológicos

Los datos de las alturas de pleamares y bajamares consignados en el Anuario de mareas no incluyen ningún tipo de efecto meteorológico. Estos efectos son muy difíciles, si no imposibles, de predecir pues dependen de muchos factores. Sin embargo, pueden producir diferencias significativas entre las mareas previstas por el Anuario y las realmente observadas.

Los fenómenos meteorológicos que más influencia tienen sobre las mareas son el viento fuerte soplando de manera prolongada sobre una determinada zona y las variaciones bruscas de la presión atmosférica. Con una presión atmosférica inferior a la normal el nivel del mar será más alto que el previsto. Con una presión atmosférica anormalmente alta el nivel del mar será más bajo del esperado. El efecto de presiones anormales puede tenerse en cuenta utilizando la tabla de corrección que a tal efecto incluye el Anuario (figura 2.5).

Tabla de correcciones a sumar o restar a las alturas de mareas en función de la presión atmosférica		
PRESION ATMOSFERICA		CORRECCION
En milímetros	En milibares	
722	963	m + 0,50
726	968	+ 0,45
730	973	+ 0,40
734	978	+ 0,35
738	983	+ 0,30
741	988	+ 0,25
745	993	+ 0,20
749	998	+ 0,15
752	1003	+ 0,10
756	1008	+ 0,05
760	1013	0,00
764	1018	− 0,05
768	1023	− 0,10
771	1028	− 0,15
775	1033	− 0,20
779	1038	− 0,25

Figura 2.5: Tabla de corrección de la altura de la marea debida a presiones atmosféricas anormales.

El efecto del viento es, sin embargo, muy difícil de corregir. Un viento fuerte soplando en dirección a la costa producirá mareas más altas que las previstas y al contrario con un viento terral fuerte. Sin embargo, la cuantía de este efecto es impredecible pues depende de factores locales como el ángulo de incidencia del viento sobre la costa, las características de la misma, la inclinación del fondo, etc.

2.4. El método de Laplace²

Las predicciones de las horas y alturas de la marea incluidas en el Anuario están basadas, como ya se ha explicado, en el ajuste a una función matemática (la ecuación (2.1)). Esa ecuación no es más que un *desarrollo de Fourier* o *desarrollo armónico*. Si la serie temporal utilizada es suficientemente larga, el número de componentes armónicas que se pueden incluir en el desarrollo (es decir, el valor de k en esa ecuación) es suficientemente grande como para que al extrapolar hacia el futuro utilizando la ecuación (2.1) para predecir las alturas y horas de las mareas obtengamos resultados precisos.

TABLA PARA EL CALCULO DE LA PLEAMAR

Paso de la Luna por el meridiano	SEMIDIAMETRO DE LA LUNA						Paso de la Luna por el meridiano	Paso de la Luna por el meridiano	SEMIDIAMETRO DE LA LUNA						Paso de la Luna por el meridiano
	14',5	15'	15',5	16'	16',5	17'			14',5	15'	15',5	16'	16',5	17'	
h m	m	m	m	m	m	m	h m	h m	m	m	m	m	m	m	h m
0 0	-3	-2	0	+2	+3	+5	12 0	6 40	-40	-43	-46	-50	-54	-59	18 40
0 20	8	6	-5	-4	-3	-2	12 20	6 50	35	38	40	43	47	52	18 50
0 40	12	12	11	10	9	8	12 40	7 0	31	33	34	37	40	42	19 0
1 0	17	17	16	16	16	15	13 0	7 10	27	27	28	29	31	32	19 10
1 20	22	22	22	22	22	22	13 20	7 20	22	22	22	22	22	22	19 20
1 40	27	27	28	28	28	29	13 40	7 30	17	17	16	15	13	12	19 30
2 0	32	32	33	34	35	35	14 0	7 40	13	11	9	7	-4	-2	19 40
2 20	36	37	39	40	41	42	14 20	7 50	9	6	-4	-1	+3	+7	19 50
2 40	41	42	44	46	47	49	14 40	8 0	-4	-1	+2	+6	10	15	20 0
3 0	45	47	49	51	53	55	15 0	8 10	0	+3	6	10	16	21	20 10
3 30	50	53	56	58	61	63	15 30	8 20	+3	7	11	16	22	27	20 20
4 0	55	59	62	65	69	72	16 0	8 40	8	12	17	23	29	34	20 40
4 30	58	62	66	70	74	78	16 30	9 0	12	17	22	27	33	39	21 0
5 0	59	63	68	73	78	82	17 0	9 30	15	19	24	29	34	39	21 30
5 30	57	62	67	72	77	83	17 30	10 0	15	19	23	27	32	36	22 0
6 0	53	57	62	67	73	79	18 0	10 30	13	16	19	23	27	30	22 30
6 10	50	54	59	64	70	75	18 10	11 0	8	11	14	17	20	23	23 0
6 20	47	50	55	60	65	70	18 20	11 20	5	7	10	12	15	17	23 20
6 30	43	47	51	55	60	66	18 30	11 40	+1	+3	+4	7	9	11	23 40
6 40	-40	-43	-46	-50	-54	-59	18 40	12 0	-3	-2	0	+2	+3	+5	24 0

Figura 2.6: Tabla para el cálculo de la pleamar utilizando el método de Laplace.

Existe un método alternativo, menos preciso, que no utiliza los desarrollos armónicos y que, por tanto, es útil para hallar las horas y alturas de las mareas en puntos para los que no se disponen de series temporales que permitan aplicar el método armónico. El método se conoce como *método de Laplace* (en honor de su creador) o, también, *método de las constantes no armónicas*. Se basa en tres constantes no armónicas específicas de cada puerto: el *establecimiento de puerto*, la *unidad de altura* y el *coeficiente de marea* (todas ellas fueron ya definidas en el primer capítulo) que a los efectos de aplicar este método son incluidas en el Anuario. Necesitaremos conocer la hora de paso de la Luna por el meridiano superior o inferior del lugar en cuestión, dato que obtendremos utilizando el Almanaque Náutico. En concreto, el método de Laplace se aplica de la siguiente manera:

²Esta sección no se incluye en el programa de la titulación de Patrón de Yate. Pueden, por tanto, prescindir de ella aquellos lectores que estén utilizando estas notas con el fin de preparar ese examen. Más aun, al parecer el Anuario de Mareas oficial ha dejado de incluir las constantes no armónicas de puertos de interés del mundo así como la tabla necesaria para el cálculo de la pleamar a partir de la hora de paso por el meridiano y el semidiámetro de la Luna. Esta sección carece por tanto de actualidad y se mantiene tan sólo como curiosidad histórica.

COEFICIENTES DE LAS MAREAS PARA EL AÑO 1.998

Tiempo Universal

Día del mes	ENERO		FEBRERO		MARZO		ABRIL		MAYO		JUNIO	
	0 ^h	12 ^h										
1	0,89	0,86	0,86	0,80	1,04	0,97	0,73	0,65	0,58	0,52	0,46	0,44
2	0,83	0,79	0,74	0,67	0,91	0,83	0,57	0,50	0,47	0,44	0,44	0,45
3	0,76	0,71	0,62	0,57	0,75	0,67	0,46	0,42	0,42	0,43	0,46	0,49
4	0,68	0,64	0,53	0,51	0,60	0,53	0,41	0,42	0,44	0,47	0,51	0,55
5	0,62	0,60	0,51	0,53	0,48	0,45	0,45	0,49	0,50	0,54	0,58	0,62
6	0,59	0,60	0,55	0,59	0,44	0,45	0,53	0,58	0,57	0,62	0,64	0,68
7	0,61	0,64	0,63	0,67	0,48	0,52	0,62	0,67	0,65	0,69	0,71	0,74
8	0,66	0,70	0,71	0,75	0,57	0,62	0,71	0,75	0,72	0,75	0,76	0,78
9	0,73	0,77	0,78	0,82	0,66	0,71	0,78	0,81	0,77	0,80	0,80	0,81
10	0,79	0,82	0,84	0,86	0,75	0,79	0,83	0,85	0,81	0,82	0,82	0,82
11	0,84	0,86	0,86	0,87	0,82	0,84	0,85	0,86	0,83	0,83	0,81	0,80
12	0,87	0,87	0,87	0,86	0,86	0,87	0,86	0,85	0,82	0,81	0,79	0,77
13	0,87	0,85	0,84	0,82	0,88	0,87	0,83	0,81	0,79	0,77	0,75	0,73
14	0,84	0,82	0,80	0,76	0,87	0,85	0,79	0,76	0,75	0,71	0,70	0,67
15	0,79	0,76	0,73	0,69	0,83	0,80	0,72	0,68	0,68	0,64	0,65	0,63
16	0,73	0,69	0,65	0,60	0,78	0,74	0,64	0,59	0,61	0,57	0,62	0,61
17	0,65	0,61	0,56	0,51	0,70	0,65	0,55	0,51	0,55	0,53	0,61	0,62
18	0,57	0,52	0,47	0,43	0,61	0,56	0,47	0,44	0,52	0,52	0,64	0,67
19	0,49	0,45	0,40	0,38	0,51	0,46	0,44	0,44	0,54	0,58	0,70	0,74
20	0,43	0,41	0,38	0,40	0,43	0,40	0,47	0,52	0,62	0,68	0,77	0,81
21	0,40	0,41	0,44	0,49	0,39	0,40	0,58	0,65	0,73	0,80	0,84	0,88
22	0,43	0,46	0,55	0,62	0,43	0,48	0,73	0,81	0,85	0,91	0,90	0,92
23	0,49	0,55	0,69	0,77	0,55	0,63	0,88	0,95	0,95	0,99	0,92	0,93
24	0,60	0,66	0,84	0,92	0,70	0,79	1,01	1,06	1,01	1,02	0,92	0,91
25	0,71	0,77	0,98	1,04	0,87	0,95	1,10	1,12	1,02	1,02	0,89	0,86
26	0,83	0,88	1,08	1,11	1,02	1,08	1,12	1,11	1,00	0,96	0,83	0,79
27	0,93	0,97	1,13	1,13	1,12	1,15	1,08	1,04	0,93	0,88	0,75	0,70
28	1,00	1,02	1,11	1,08	1,16	1,16	0,99	0,93	0,83	0,77	0,66	0,62
29	1,03	1,03			1,14	1,09	0,86	0,79	0,72	0,66	0,58	0,54
30	1,02	0,99			1,04	0,97	0,72	0,64	0,61	0,56	0,51	0,48
31	0,96	0,91			0,90	0,81			0,52	0,48		
Día del mes	JULIO		AGOSTO		SEPTIEMBRE		OCTUBRE		NOVIEMBRE		DICIEMBRE	
	0 ^h	12 ^h										
1	0,46	0,44	0,40	0,41	0,46	0,52	0,59	0,67	0,91	0,98	0,97	1,01
2	0,44	0,44	0,43	0,47	0,58	0,65	0,75	0,83	1,04	1,09	1,03	1,05
3	0,45	0,48	0,50	0,55	0,72	0,79	0,90	0,98	1,12	1,13	1,05	1,04
4	0,50	0,54	0,58	0,64	0,86	0,93	1,04	1,10	1,13	1,11	1,03	0,98

Figura 2.7: Coeficientes de marea.

1. **Cálculo de las horas de las mareas.** Calcularemos la *hora civil* de paso de la Luna por el meridiano superior o inferior del lugar utilizando para ello el Almanaque Náutico. El siguiente paso es sumar a esta hora civil la corrección que proporciona la tabla del Anuario de mareas para el cálculo de la pleamar (se muestra en la figura 2.6).

Como se observa en esta figura, en la tabla para el cálculo de la pleamar ha de entrarse con dos datos: la hora de paso por el meridiano (que hemos calculado con el Almanaque) y el semidiámetro de la Luna el día en cuestión (dato que también proporciona la página diaria del Almanaque correspondiente a la fecha de interés). Obtenemos así de la tabla la corrección a sumar (con su correspondiente signo) a la hora civil de paso de la Luna por el meridiano. Al resultado así obtenido le sumamos el establecimiento de puerto correspondiente y obtenemos así la *hora civil* de la pleamar siguiente al paso de la Luna que hayamos considerado.

Una vez obtenida la hora de la pleamar pueden obtenerse las horas de las bajamares anterior y posterior a la pleamar calculada restando y sumando, respectivamente, 6 horas más un cuarto del retardo diario de la Luna (consignado en la página diaria del Almanaque). Como intervalo entre la pleamar calculada y la siguiente o la anterior puede tomarse 12 horas más la mitad del retardo diario de la Luna.

2. **Cálculo de la altura de la marea.** La altura de la marea se calcula multiplicando la unidad de altura por el coeficiente de marea, obteniéndose así la altura medida desde el nivel medio (por encima de ese nivel en la pleamar y por debajo en la bajamar).

Con el fin de aplicar el método de Laplace en aquellos puertos para los que no se dispone del análisis armónico (siempre preferible por su considerablemente mayor precisión), el Anuario de mareas contiene una tabla de coeficientes de marea para cada día del año (figura 2.7) y el establecimiento de puerto y la unidad de altura de una serie

Relación de posiciones geográficas y constantes no armónicas de algunos lugares del globo

LUGARES	POSICIONES GEOGRAFICAS		CONSTANTES NO ARMONICAS		
	LATITUD	LONGITUD	Eto. Pto.	U. Alt.	Z ₀
AMERICA COSTA E. (HEMISFERIO S.) (Cont.)					
	° ' "	° ' "	h m	m.	m.
Bahía San Sebastián	53 10S	68 30W	7 25	4,50	5,40
Belem	1 27S	48 30W	11 23	1,51	1,81
Buenos Aires	34 36S	58 22W	5 49	0,66	0,79
Cabo de Hornos (Nassau)	55 31S	68 05W	3 33	1,12	1,34
Cabo San Antonio	36 18S	56 47W	10 06	0,84	1,01
Cabo Virgenes	52 21S	68 22W	8 04	4,98	5,90
Camocin	2 53S	40 52W	6 07	1,38	1,66
Cananea	25 07S	47 55W	3 03	0,67	0,80
Comodoro Rivadavia	45 52S	67 29W	2 55	2,62	3,14
Cumuruxatiba	17 06S	39 11W	0 47	1,06	1,27
Fernando Noronha	3 50S	32 24W	2 02	1,09	1,30
Fortaleza	3 43S	38 29W	5 00	1,17	1,40
Gallegos (Ríos)	51 36S	69 01W	8 46	5,17	6,20
Ilheus	14 48S	39 02W	3 42	0,88	1,06
Itajai	26 54S	48 39W	11 24	0,48	0,57
Macapá	0 03S	51 11W	0 34	1,48	1,77
Maceio	9 41S	35 44W	4 31	0,90	1,08
Mar del Plata (Puerto)	38 03S	57 33W	6 21	0,76	0,91
Maranhao (San Luis)	2 30S	44 08W	6 53	2,38	2,85
Monte Hermoso	38 59S	61 41W	4 16	1,58	1,89
Montevideo	34 55S	56 13W	2 23	0,53	0,64
Natal	5 46S	35 12W	5 05	0,95	1,14
Pernambuco (Recife)	8 03S	34 52W	3 46	0,95	1,14
Puerto Belgrano	38 53S	62 06W	4 39	2,03	2,44
Puerto de la Paloma	33 39S	54 09W	9 41	0,64	0,77
Puerto Deseado	47 45S	65 55W	0 14	2,67	3,20
Puerto Rosales	38 55S	62 04W	4 41	2,03	2,44
Puerto San Julián	49 15S	67 40W	10 20	3,30	3,96
Puerto San Sebastián	23 49S	45 24W	11 35	0,59	0,71
Puerto Santa Cruz	50 07S	68 25W	9 30	5,17	6,20
Punta N. (Pen. Valdés)	42 05S	63 46W	9 59	2,33	2,80
Río de Janeiro	22 54S	43 10W	2 40	0,58	0,69
Río Negro	41 02S	62 46W	11 07	1,78	2,13
San Antonio	40 48S	64 52W	10 25	3,71	4,45
San Juan (I. de los Estados)	54 48S	63 53W	5 70	1 32	1 58

Figura 2.8: Constantes no armónicas de puertos seleccionados incluidos en el Anuario de Mareas. Para cada puerto se proporciona, además de su posición, el establecimiento de puerto, la unidad de altura y el nivel medio del agua.

de puertos de interés repartidos por el mundo

EJEMPLO 4. Utilizando el método de Laplace, hallar las horas TU y las alturas de las mareas en Vigo el día 23 de Febrero de 1998. El Anuario de mareas indica para el puerto de Vigo los siguientes datos: situación $42^{\circ}15' N$, $8^{\circ}43' W$, Establecimiento de puerto 02 : 29, unidad de altura 1,633 m. La predicción del Anuario para las mareas en Vigo el 23 de Febrero de 1998, basadas en el análisis armónico de series temporales, son:

Hora	Altura (m)
00 : 07	2,96
06 : 28	0,92
12 : 36	2,96
18 : 49	0,84

Calculemos primero la hora de paso de la Luna por el meridiano de Vigo (cuya situación es $42^{\circ}15' N$, $8^{\circ}43' W$ según figura en el Anuario). Para ello utilizamos el Almanaque Náutico (la figura 2.9 muestra la página diaria correspondiente).

LUNES 23 DE FEBRERO DE 1998 Procivil, S.L.

UT	SOL			LUNA			PHE	Lat	SOL			LUNA						
	SD: 16:2 PMG: 12 ^h 13 ^m 4			SD: 15:8 Edad: 25 ^d 8 PMG: 9 ^h 9 ^m 7					4 ^h : 58:3 12 ^h : 58:6 20 ^h : 58:9 R ^o 57 ^m	Puesta	Crepúsculo		Salida		Puesta			
	hG	☉	Dec	hG	☾	Dif					Dec	Dif	Civil	Náutico	Hora	R ^o	Hora	R ^o
h	o	r	o	r	o	r	o	r	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m
0	176	38.3	-9	59.0	227	41.5	-18	17.4	60 N	17 11	17 54	18 42	5 21	41	13	2	76	
1	191	38.4		58.1	242	8.1	76	15.5	58	17 16	56	42	8	43	15		73	
2	206	38.5		57.1	256	34.7	76	13.6	56	17 21	59	42	4 58	44	25		72	
3	221	38.6		56.2	271	1.2	75	11.5	54	17 25	18 1	42	48	46	34		71	
4	236	38.7		55.3	285	27.7	75	9.3	52	17 28	3	42	40	46	42		70	
5	251	38.8	-9	54.4	299	54.1	74	7.0	50	17 32	18 4	18 42	4 32	48	13	50	68	
6	266	38.8	-9	53.5	314	20.6	75	4.6	45	17 39	18 9	18 43	4 16	49	14	6	66	
7	281	38.9		52.6	328	46.9	73	2.1	40	17 45	12	44	3	50	19		64	
8	296	39.0		51.6	343	13.3	74	-17	35	17 50	16	45	3 52	51	29		64	
9	311	39.1		50.7	357	39.6	73	56.7	30	17 55	19	47	42	52	39		62	
10	326	39.2		49.8	371	5.9	73	53.9	20	18 3	25	51	25	54	56		60	
11	341	39.3	-9	48.9	385	32.1	72	50.9	10 N	18 10	18 31	18 56	3 10	55	15	10	58	
12	356	39.4	-9	48.0	400	58.4	73	47.8	0	18 17	18 38	19 2	2 56	57	15	23	57	
13	11	39.4		47.0	414	24.6	72	44.6	10 S	18 24	45	10	43	57	36		56	
14	26	39.5		46.1	428	50.7	71	41.2	20	18 31	54	20	28	59	51		53	
15	41	39.6		45.2	442	16.8	71	37.8	30	18 40	19 4	33	11	60	16	7	51	
16	56	39.7		44.3	456	43.0	72	34.2	35	18 45	11	42	1	61	16		50	
17	71	39.8	-9	43.4	470	9.0	70	30.6	40	18 51	19 19	19 52	1 50	62	16	27	48	
18	86	39.9	-9	42.5	484	35.1	71	26.8	45	18 58	19 28	20 5	1 37	63	16	39	47	
19	101	40.0		41.5	498	1.1	70	22.9	50	19 6	40	22	21	64	55		44	
20	116	40.0		40.6	512	27.1	70	18.8	52	19 9	45	30	13	65	17	2	43	
21	131	40.1		39.7	526	53.1	70	14.7	54	19 14	51	39	5	66	10		42	
22	146	40.2		38.8	540	19.1	70	10.4	56	19 18	58	49	0 55	67	18		41	
23	161	40.3	-9	37.8	554	45.0	69	6.1	58	19 23	20 6	21 2	45	68	28		40	
24	176	40.4	-9	36.9	568	10.9	69	1.6	60 S	19 29	20 15	21 16	0 32	70	17	40	37	

UT	ARIES		VENUS		MARTE		JUPITER		SATURNO	
	hG	♈	hG	♀	hG	♂	hG	♃	hG	♄
	PMG		Mag: -4.6		Mag: +1.2		Mag: -2.0		Mag: +.7	
	13 ^h 47 ^m 0		PMG: 9 ^h 26 ^m		PMG: 13 ^h 22 ^m		PMG: 12 ^h 14 ^m		PMG: 14 ^h 55 ^m	

Figura 2.9: Página del Almanaque Náutico correspondiente al 23 de Febrero de 1998. Con estos datos calculamos la hora de paso de la Luna por el meridiano del puerto de interés.

Recordemos que la hora civil de paso de la Luna por el meridiano superior del lugar, $H_{clp^o} \text{ } \bigcirc \text{ } m/sL$, se obtiene a partir de la hora de paso por el meridiano de Greenwich, PMG , y la corrección por retardo y longitud:

$$H_{clp^o} \text{ } \bigcirc \text{ } m/sL = PMG + C_{RL} = 09 : 09,7 + 00 : 1,4 \simeq 09 : 11$$

La corrección por retardo y longitud, C_{RL} , que es positiva si la longitud es W y negativa para longitudes E , se obtiene de la tabla correspondiente del Almanaque, de la misma tabla que a este efecto incluye el Anuario o, simplemente, $C_{RL}(min) = L(en\ horas) \times Retardo(min)/24$. En nuestro ejemplo, $C_{RL} = 0,581111 \times 57/25 \simeq 1,4\ min$.

El siguiente paso es entrar con esta hora y el semidiámetro de la Luna en la tabla para el cálculo de la pleamar (figura 2.6), obteniendo así la corrección por semidiámetro, C_{SD} , que para el caso de nuestro ejemplo es $C_{SD} = +25\ min$. La hora civil de la pleamar será la suma de la $H_{clp^o} \text{ } \bigcirc \text{ } m/sL$, la C_{SD} y el establecimiento de puerto correspondiente:

$$H_{cl\ pleamar} = 09 : 11 + 00 : 25 + 02 : 29 = 12 : 05$$

La hora TU de la pleamar es entonces:

$$TU\ 1^a\ pleamar = H_{cl\ pleamar} - L = 12 : 05 + 00 : 35 = 12 : 40$$

que comparada con la hora de esa pleamar tabulada en el Anuario (12 : 36) muestra un acuerdo razonable. Como ya se ha comentado, es mucho más precisa la predicción

basada en el análisis armónico de series temporales.

Entrando en la tabla de la figura 2.7 con la hora $TU = 12 : 40$ de la pleamar el día 23 de Febrero obtenemos el coeficiente de marea $C = 0,77$. Por tanto, la amplitud de la marea es, de acuerdo con la ecuación (1.1),

$$A_{mp} = 2C u_a = 2 \times 0,77 \times 1,633 = 2,51 m$$

que hemos de comparar con la amplitud obtenida de la predicción basada en el análisis armónico: $A_{mp} = 2,96 - 0,92 = 2,04 m$.

Capítulo 3

La Física de las mareas¹

Como ya se ha adelantado en el capítulo primero, la atracción gravitatoria de la Luna y, en menor medida, del Sol, es la causa de las mareas. Analizaremos esas atracciones en este capítulo y discutiremos en detalle cómo dan lugar a las *fuerzas de marea* responsables del fenómeno que nos ocupa. Sin embargo, como veremos seguidamente, el mecanismo que da lugar a estas fuerzas de marea es algo más elaborado que, simplemente, la atracción gravitatoria. Hemos de comprender muy bien la *ley de la inercia* y sus consecuencias sobre un cuerpo que se encuentra orbitando alrededor de un punto, como es el caso de, por ejemplo, el transbordador espacial en órbita alrededor de la Tierra o la *nave espacial* Tierra en órbita alrededor del Sol. Además, quedó claro en el capítulo primero que la disposición en el espacio de los tres astros involucrados, la Tierra, el Sol y la Luna, será quien determine la altura de la marea en un instante dado en un punto del océano. Así que comenzaremos este capítulo revisando algunos datos de las órbitas de la Luna y la Tierra y repasando algunas nociones de Física básica (la primera Ley de Newton o ley de la inercia).

3.1. La Luna y sus fases

La Luna gira alrededor de la Tierra siguiendo una órbita elíptica (a una distancia media de unos 60 radios terrestres y con una excentricidad comprendida entre 55 y 66 radios terrestres) que recorre en un periodo de 27 días 7 horas 43 minutos 11.5 segundos (27,321 días) llamado **periodo sidéreo**. Este tiempo coincide con el que tarda en girar sobre si misma, motivo por el cual presenta siempre la misma cara a un observador situado sobre la Tierra. De acuerdo con las leyes de Kepler que rigen el movimiento orbital, la Tierra se encuentra en uno de los focos de la elipse, así que existe un punto de máxima distancia Tierra-Luna (el *apogeo*) y uno de mínima distancia (el *perigeo*).

La órbita de la Luna forma un ángulo de unos 5° ($5^\circ 8' 43,4''$ para ser exactos) con respecto al plano de la órbita de la Tierra alrededor del Sol (la *eclíptica*). Consecuentemente, el círculo que dibuja aparentemente sobre la bóveda celeste está inclinado esos 5° con respecto a la eclíptica (que sobre la bóveda celeste aparece como el círculo aparente recorrido por el Sol sobre la bóveda celeste a lo largo de un año) cortándola en dos puntos que se llaman **nodos** (figura 3.1).

Si en lugar de dar vueltas alrededor de la Tierra la Luna estuviese fija en el cielo, entonces cada día veríamos a la Luna en el mismo punto del cielo con respecto a

¹Aquellos lectores que se preparan para la obtención del título de Patrón de Yate pueden prescindir completamente de este capítulo ya que no se encuentra en el programa exigido para esa titulación.

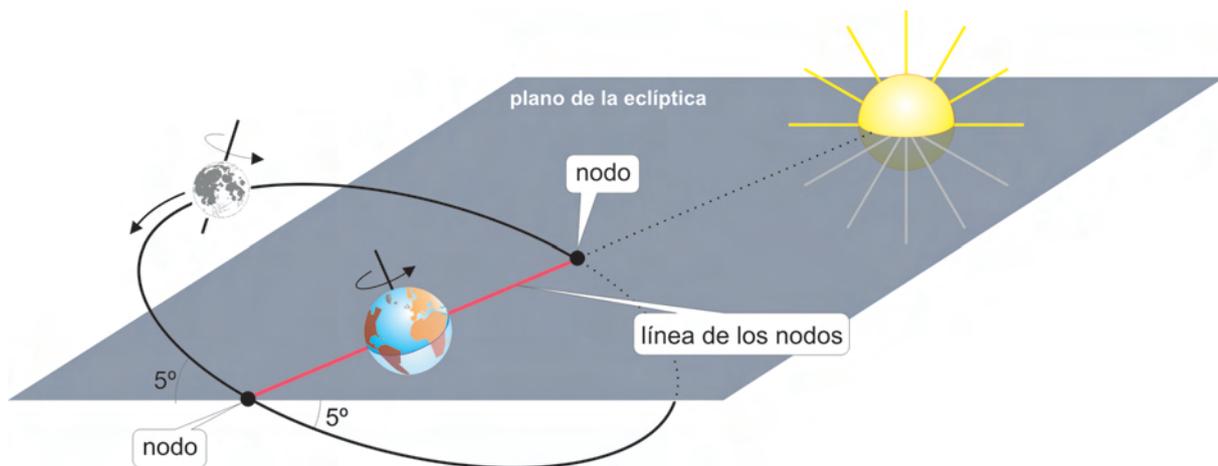


Figura 3.1: Órbita de la Luna.

las estrellas. Sin embargo, su movimiento alrededor de la Tierra se traduce para un observador terrestre en un movimiento aparente a lo largo de la bóveda celeste (o sea, con respecto a las estrellas) de unos 13° diarios, es decir, aproximadamente medio grado por hora. Así que si observamos la Luna unas cuantas horas seguidas a lo largo de una noche veremos como se desplaza hacia el este unos cuantos grados con respecto a las estrellas fijas.

A medida que la Luna se va moviendo en su órbita en las proximidades de la eclíptica su posición relativa a la Tierra y al Sol va variando. Con ello varía la porción de la cara visible de la Luna que es iluminada por el Sol dando lugar a lo que llamamos **fases de la Luna**. Cuando la Luna y el Sol ocupan posiciones opuestas en el cielo con respecto a la Tierra (posición 1 en la figura 3.2) podemos ver la totalidad de la cara visible de la Luna iluminada por el Sol durante toda esa noche (*Luna Llena*). La imagen que ve un observador terrestre se muestra en la parte de abajo de la figura 3.2. Aproximadamente una semana después la Luna se coloca en la posición 3 mostrándonos media cara brillante y la otra media oscura en lo que llamamos *Cuarto Menguante* que, dado el sentido de rotación de la Tierra, veremos por la mañana. Posteriormente, en la posición 5, la cara visible de la Luna está completamente oscura con lo cual no es visible (*Luna Nueva*). A medida que sigue pasando el tiempo la Luna llega a la posición 7 en la que de nuevo media cara visible está iluminada y la otra mitad oscura (sólo que las mitades oscura y visible son las contrarias vistas desde la Tierra a las correspondientes al Cuarto Menguante) dando lugar al *Cuarto Creciente*.

Hemos de tener en cuenta que mientras la Luna da una vuelta completa alrededor de la Tierra (una vuelta completa en su órbita aparente sobre la esfera celeste), pasando de la situación 1 a la situación 2 indicadas en la figura 3.3, la Tierra ha continuado su traslación alrededor del Sol recorriendo unos 30° . De esta manera, una vez que la Luna ha completado su órbita alrededor de la Tierra resulta que el sistema Sol-Tierra-Luna no se encuentra en las mismas posiciones relativas de partida (en la figura 3.3 partimos de Luna llena y una vuelta después, en 2, no estamos en Luna llena). Por tanto, para que el sistema Sol-Tierra-Luna se encuentre en la misma posición de partida y se repita la fase de la Luna esta última ha de recorrer esos 30° más en lo que invierte unos 2 días. Por consiguiente, el periodo de repetición de la fase lunar es de 29 días, 12 horas y 44 minutos (29,53 días) y es lo que se llama **periodo sinódico** o **mes lunar**. A la secuencia de fases desde una dada hasta que esa misma fase se repite, es decir a la secuencia que tiene lugar durante un periodo sinódico, se le da el nombre de **lunación**.

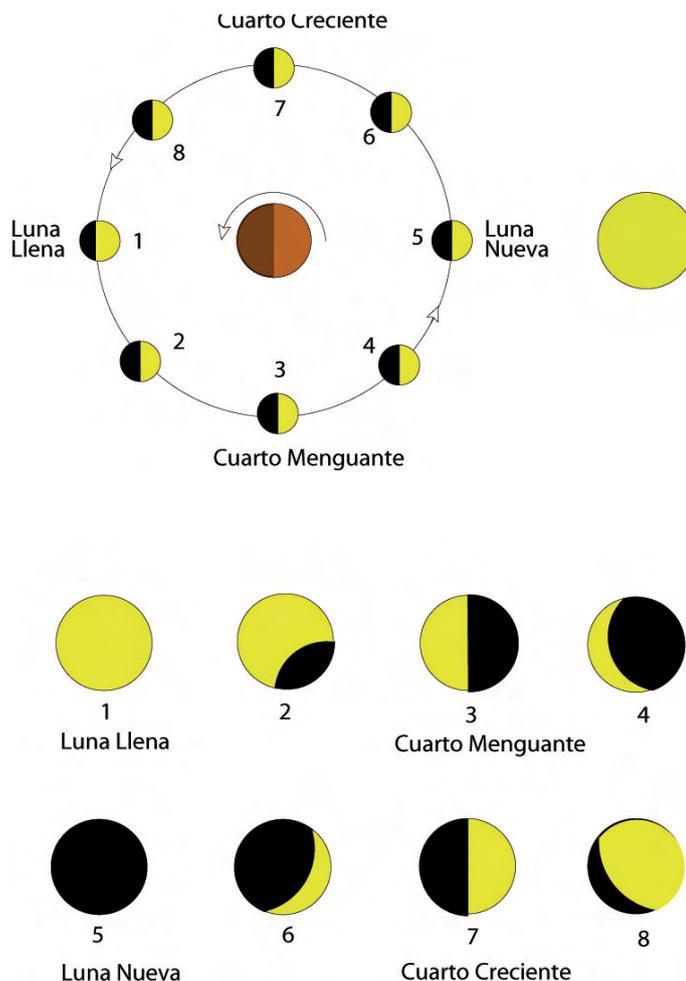


Figura 3.2: Fases de la Luna. En la parte de abajo se representa la imagen que ve un observador terrestre en cada una de las posiciones.

Se llama **edad de la Luna** al número de días (o fracción) transcurridos desde la última Luna Nueva. Puede variar, evidentemente, desde 0 hasta 29,5 días (correspondientes al periodo sinódico). De este modo, la Luna Llena se produce un poco antes de que cumpla 15 días. La edad de la Luna se puede encontrar, para cada día, en el Almanaque Náutico.

El eje de rotación de la Luna está inclinado con respecto al plano de su órbita alrededor de la Tierra, es decir el eje de rotación no es perpendicular al plano de la órbita, igual que le ocurre al eje de rotación de la Tierra con respecto al plano de la eclíptica, inclinación que en el caso de la Tierra es la causa, como bien sabemos, de la existencia de las diferentes estaciones. La inclinación del eje de rotación de la Luna con respecto al plano de su órbita tiene también ciertas consecuencias con respecto a la superficie de la cara visible de la Luna que somos capaces de ver desde la Tierra: habrá momentos a lo largo de una lunación en los que el polo norte lunar está inclinado hacia la Tierra con lo que veremos incluso una pequeña parte, próxima al polo norte lunar, de la cara oculta. Durante otro tramo de su órbita alrededor de la Tierra será el polo sur lunar el que está inclinado hacia la Tierra, dejándonos ver una pequeña parte de la cara oculta cercana a ese polo. Este fenómeno que nos permite observar algo más de la mitad de la superficie lunar si observamos a lo largo de una lunación completa es lo que se conoce como **libración en latitud**. Pero hay más tipos de libración. En

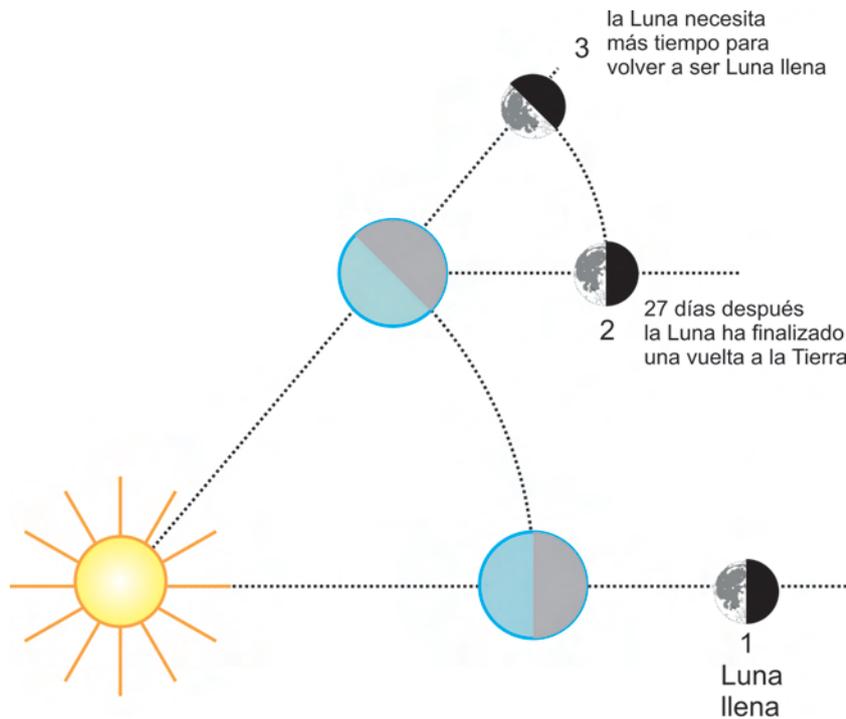


Figura 3.3: Periodo sinódico.

efecto, hemos dicho que la Luna nos muestra siempre la misma cara porque tarda el mismo tiempo en dar una vuelta completa a su órbita alrededor de la Tierra que en dar una vuelta sobre sí misma, o sea, que el periodo sidéreo coincide con el *día lunar*. Sin embargo, para que, en sentido horizontal o, si se prefiere, este-oeste, veamos siempre la misma fracción de la superficie lunar es necesario que tanto la velocidad de rotación de la Luna como su velocidad de traslación alrededor de la Tierra sean uniformes, es decir, que no cambien, que gire siempre a la misma velocidad. Esta condición se cumple para la velocidad de rotación alrededor de su eje. Ahora bien, la órbita de la Luna es elíptica (si bien con una excentricidad muy pequeña, es decir, que es casi circular). Entonces, de acuerdo con la segunda ley de Kepler², la velocidad de traslación a lo largo de su órbita ha de ser mayor cuando la Luna se encuentra más próxima a la Tierra (en su perigeo) que cuando se encuentra en su apogeo (más lejana de la Tierra), de forma que compense recorriendo más o menos arco de la órbita la disminución o aumento de la distancia a la Tierra y, de esta manera, las áreas barridas por el radio de la órbita en tiempos iguales sean iguales de acuerdo con la ley de Kepler. Así que cuando la Luna se encuentra en el perigeo se adelanta ligeramente en su movimiento de traslación con respecto al de rotación mostrándonos de esta manera una pequeña porción de superficie que permanecería oculta de no producirse este adelantamiento. Análogamente, cuando la Luna se encuentra en su apogeo, la traslación se retrasa con respecto a la rotación y nos muestra de nuevo una pequeña porción de superficie (por el lado contrario al caso anterior) que permanecería de otro modo oculto. Este fenómeno se conoce como **libración en longitud**. Finalmente, un tercer aspecto a tener en cuenta es el hecho que de la Tierra está rotando sobre sí misma llevando con ella en su rotación al observador que está mirando a la Luna y produciendo con ello un cambio en la posición del observador con respecto a la Luna.

²La ley de la *velocidad areolar* constante: Las áreas barridas por la línea que une el centro de la Tierra con el centro de la Luna en tiempos iguales han de ser iguales.

La cuantía de este fenómeno, llamado **libración diaria**, depende de la situación del observador sobre la Tierra. Por entenderlo de algún modo, es algo así como el efecto de paralaje que tendría lugar si colocamos una pelota de tenis a unos 10 metros de distancia y miramos la pelota alternativamente con el ojo derecho y el izquierdo. El resultado conjunto de estos tres fenómenos de libración es que es posible observar desde la Tierra algo más de la mitad de la superficie lunar, concretamente el 59%.

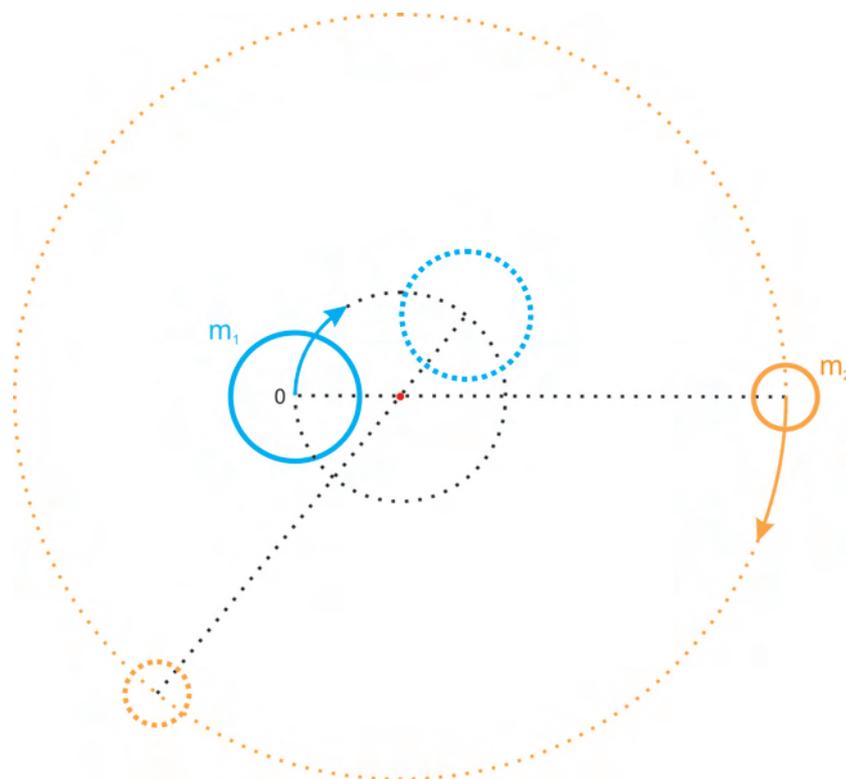


Figura 3.4: Baricentro.

Hemos descrito hasta aquí la órbita de la Luna tal como la vemos desde la Tierra, suponiendo que nuestro planeta no se mueve. Pero en realidad las cosas son más complicadas. La fuerza que mantiene a la Luna en permanente giro alrededor de la Tierra es la atracción gravitatoria que nuestro planeta ejerce sobre ella. No olvidemos que para describir un movimiento circular se necesita una fuerza que actúe sobre el móvil en dirección hacia el centro del círculo generando así la aceleración centrípeta (hacia el centro del círculo) que es la responsable del cambio de dirección de la velocidad necesario para describir un círculo. De no existir esa fuerza la trayectoria sería una línea recta. Pero la Ley de la Gravitación Universal establece que si dos masas m_1 y m_2 se encuentran a una distancia r ambas se atraen *mutuamente*, es decir, la Luna ejerce sobre la Tierra una fuerza, dirigida hacia la Luna, de *igual intensidad* a la que la Tierra ejerce sobre ella. Esa fuerza sobre la Tierra ocasionará el movimiento de ésta. En realidad, el movimiento de dos masas sujetas a su atracción gravitatoria mutua consiste en una rotación de cada una de las masas (con el mismo periodo ambas) alrededor del centro de masas común (el *baricentro*), como se muestra en la figura 3.4. En esa figura se han representado las órbitas de m_1 y m_2 como círculos. En el caso de la Tierra y la Luna son elipses, si bien de muy pequeña excentricidad, es decir, casi circulares. En esa figura el baricentro es el punto rojo, centro de ambas órbitas. La situación dibujada corresponde a un caso con $m_1 > m_2$ pues el baricentro está más cerca del centro de

m_1 que del centro de m_2 . Si tomamos como origen el centro de la masa m_1 y llamamos d a la distancia entre los centros de m_1 y m_2 , el baricentro estará en un punto de la línea que une los centros de ambas masas y a una distancia d_B del centro de m_1 dada por:

$$d_B = \frac{0 \times m_1 + d \times m_2}{m_1 + m_2} = \frac{d}{1 + m_1/m_2} \quad (3.1)$$

Esta ecuación muestra que cuanto más grande es m_1 comparada con m_2 más pequeña es d_B y más cerca está el baricentro del centro de la masa grande m_1 . En el caso del sistema Tierra-Luna la masa 1 es la Tierra y la 2 la Luna y d la distancia entre los centros de ambos astros. Si utilizamos los valores conocidos de esas variables $M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$, $M_{Luna} = 7,34 \times 10^{22} \text{ kg}$ y $d_{Luna} = 3,84 \times 10^5 \text{ km}$ obtenemos que $d_B = 4664 \text{ km}$, que es menor que el radio de la Tierra ($R_T = 6370 \text{ km}$), es decir el baricentro del sistema Tierra-Luna está dentro de la Tierra.

Analizando detenidamente la figura 3.4 nos damos cuenta de que la Luna mantiene siempre la distancia d_{Luna} a la Tierra. Con respecto a nuestro planeta la Luna describe un círculo (en realidad una elipse), tal como hemos descrito en el comienzo de esta sección. Sin embargo, para entender el mecanismo de las mareas es crucial tener en cuenta el movimiento orbital de la Tierra alrededor del baricentro Tierra-Luna (para las mareas generadas por la Luna). Por su parte, el conjunto Tierra-Luna orbita alrededor del Sol haciéndolo de modo que el baricentro Tierra-Luna describe una elipse alrededor del baricentro del sistema Sol-Tierra-Luna. Dada la enorme masa del Sol comparada con las de la Tierra y la Luna, el baricentro del sistema triple se encuentra muy cerca del centro del Sol (a unos 450 km tan sólo de él). Así que a los efectos de estudiar las mareas generadas por el Sol podemos considerar que la Tierra orbita en una elipse alrededor del Sol sin más problemas. El movimiento del Sol alrededor del baricentro situado a 450 km de su centro influye, en cualquier caso, en las mareas que la Tierra y la Luna generan en el Sol, pero no tenemos previsto navegar en los mares solares así que esas mareas no nos preocupan.

3.2. La ley de la inercia: la Tierra y la Luna están en caída libre

Seguramente el lector habrá visto alguna imagen de los astronautas de la Estación Espacial Internacional flotando en *aparente* ingravidez dentro de la nave, con diferentes objetos flotando a su alrededor, como si los astronautas y los objetos no estuviesen sometidos a la atracción gravitatoria de la Tierra, es decir, como si no pesasen. Es posible leer en algunos libros y en algunas páginas *web* que, en efecto, la nave espacial se encuentra tan lejos de la Tierra que tanto ella como sus ocupantes ya no están sometidos a la atracción gravitatoria terrestre (atracción que, como sabemos, disminuye a medida que nos alejamos del planeta). Esta afirmación es un solemne disparate: si la fuerza gravitatoria sobre la nave (la única fuerza que actúa sobre ella) fuese despreciable la nave ha de moverse, necesariamente, en línea recta. De acuerdo con la segunda Ley de Newton, la aceleración adquirida por un móvil es el cociente entre la fuerza aplicada y la masa del móvil. Así que la nave habría de moverse con aceleración nula. Describir un círculo, aunque se haga siempre a, digamos, 50 km/h , conlleva, necesariamente, una aceleración no nula. Aunque no varíen los 50 km/h sí varía continuamente la dirección de esos 50 km/h . Es decir, la velocidad de 50 km/h

a lo largo de un círculo es una *velocidad no constante*³ y, por tanto, el móvil describiendo el círculo está acelerado y, de acuerdo con la segunda Ley de Newton, ha de estar sometido a una fuerza. La aceleración en este movimiento circular está dirigida hacia el centro del círculo (*aceleración centrípeta*) y la fuerza que la produce también ha de estar dirigida siempre hacia el centro (*fuerza centrípeta*). En el problema de la nave espacial la fuerza centrípeta que proporciona la aceleración centrípeta necesaria para que la nave describa un círculo no es otra que la atracción gravitatoria que ejerce la Tierra (situada en el centro del círculo) sobre ella, o sea el peso. Visto el problema desde la Tierra, esta es la *única* fuerza que actúa sobre la nave y sus ocupantes. Entonces ¿por qué los astronautas y los objetos a bordo de la nave parecen no pesar encontrándose en *aparente* ingravidez? ¿Por qué no se caen?

La respuesta es que sí se caen. La nave espacial, con sus astronautas, está en continua caída libre. Y de la misma manera, la Luna y la Tierra están en continua caída libre hacia su baricentro y el sistema Tierra-Luna está en caída libre hacia el Sol (o, más precisamente, hacia el baricentro Sol-Tierra-Luna). Desde el punto de vista de un observador en la Tierra, una nave espacial está sometida a una única fuerza: la atracción gravitatoria de la Tierra. Esa fuerza está dirigida hacia el centro de la Tierra (el baricentro Tierra-nave está a todos los efectos en el centro de nuestro planeta dada la diferencia de masa entre éste y la nave) y proporciona la aceleración centrípeta necesaria para que la nave describa una órbita circular (o elíptica) alrededor de la Tierra. Si la nave describe esa órbita en lugar de caer hacia el centro de la tierra (siguiendo la dirección de la fuerza que actúa sobre ella) es porque el proceso de puesta en órbita así lo consigue. Imagine que tira una piedra horizontalmente desde lo alto de un acantilado. Cuanta más velocidad inicial le comunique a la piedra más avanzará ésta horizontalmente antes de estrellarse contra el suelo.

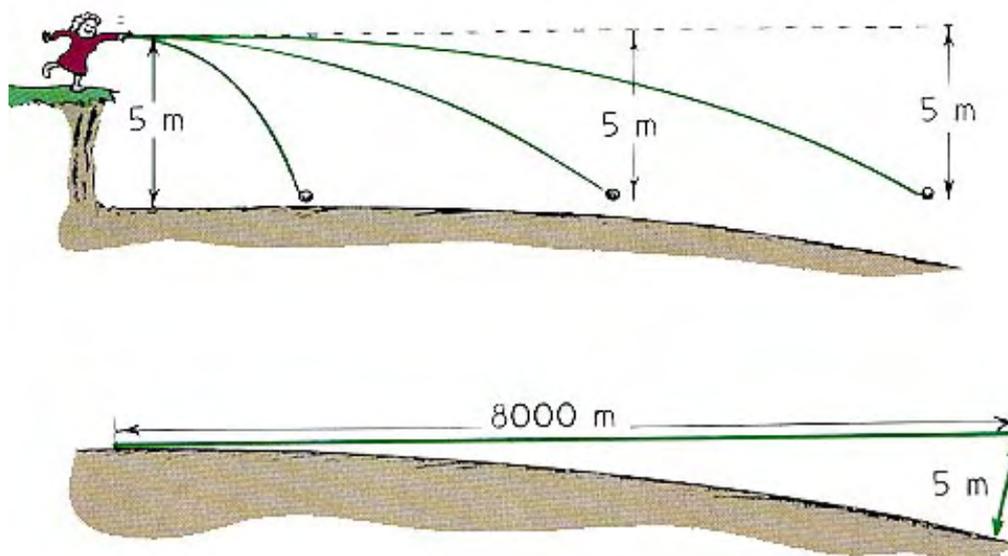
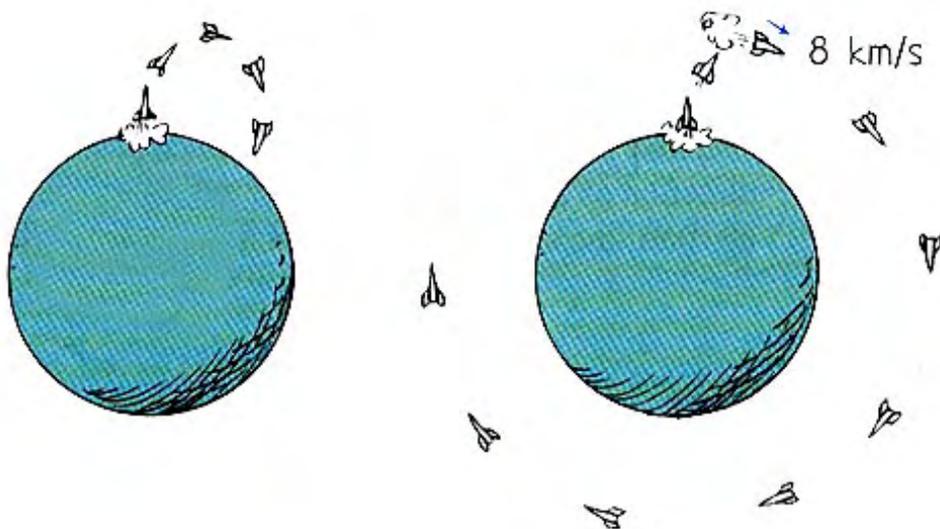


Figura 3.5: La Tierra es esférica. Su superficie se *dobra* verticalmente 5 m por cada 8000 m de desplazamiento horizontal.

³La velocidad es un vector. Para especificar la velocidad de un móvil no basta con decir que se mueve a 50 km/h. Hemos de especificar también en qué dirección se mueve y sobre esa dirección en qué sentido lo hace. Una velocidad constante significa las tres cosas constantes, no solo el *módulo* (los 50 km/h). Por tanto, un móvil que se mueve con velocidad (vector) constante ha de seguir necesariamente una trayectoria recta.

Pero la superficie de la Tierra es curva. Mientras la piedra que hemos lanzado horizontalmente recorre la altura vertical del acantilado la superficie de la Tierra se ha *doblado* (figura 3.5). Si la velocidad inicial de la piedra es suficientemente grande la superficie de la Tierra se dobla la misma distancia que la piedra cae verticalmente. El resultado es que la piedra cae libremente pero mantiene siempre la misma altura al suelo. Es decir, hemos puesto la piedra en órbita.



Puesta en órbita de una nave espacial. Una nave en órbita está en permanente caída libre.

¿Y qué ocurre desde el punto de vista del astronauta que se encuentra en la nave espacial? Pues ocurre lo mismo que le sucede al pasajero de un automóvil que, viajando a 120 km/h entra en una curva. Cuando el conductor gira el volante para tomar la curva lo que consigue con ello es que el asfalto aplique una fuerza centrípeta (dirigida hacia el centro de la curva) sobre los neumáticos, es decir, sobre el coche y *no sobre sus pasajeros*. Como resultado el coche adquiere una aceleración centrípeta que produce un cambio en la dirección de su velocidad tomando así la curva. El coche sigue moviéndose a 120 km/h pero cambia la dirección en la que se mueve. Sobre los pasajeros no ha actuado ninguna fuerza de modo que, de acuerdo con la 1ª Ley de Newton (la Ley de la Inercia), tenderán a seguir la trayectoria rectilínea que traían antes de entrar en la curva. La sensación que tiene el pasajero es que alguien *tira* de él hacia afuera de la curva. Pero no hay ninguna fuerza real, con un origen físico definido como es la atracción gravitatoria, que esté tirando de él hacia afuera de la curva. Se trata tan sólo de la inercia: si no aplicamos a un móvil una fuerza, éste mantendrá el movimiento rectilíneo y uniforme (es decir, a velocidad constante en sentido vectorial) permanentemente. Por eso los físicos llaman a esa *fuerza* que tira del pasajero del coche hacia afuera en las curvas *fuerza ficticia*, *seudofuerza* o *fuerza de inercia*. Naturalmente no es el único ejemplo de fuerza de inercia. No es necesario describir una trayectoria curva para experimentarla: seguramente el lector habrá notado en multitud de ocasiones como se *pega al asiento*, como si tirasen de él hacia atrás, al arrancar acelerando bruscamente, por ejemplo, al iniciar la carrera para despegar en un avión. No hay nada que tire del pasajero hacia atrás. No hay ninguna fuerza actuando sobre el pasajero de modo que éste tiende a permanecer en reposo como se encontraba. Sin embargo, hay una fuerza importante actuando hacia adelante sobre el avión, fuerza que le comunica una

aceleración que le hace ganar velocidad rápidamente. La sensación del pasajero es que algo tira con fuerza de él hacia atrás. Desde el punto de vista del avión, es el pasajero el que acelera hacia atrás con la misma aceleración que el avión acelera hacia adelante con respecto al suelo. Es decir, la fuerza de inercia ficticia que siente el pasajero con respecto al avión (que no con respecto al suelo) es $F_{inercia} = -m a$, donde m es la masa del pasajero y a es la aceleración del avión respecto al suelo. Del mismo modo, el astronauta viaja en una nave espacial en órbita alrededor de la Tierra. La nave está sometida a una aceleración centrípeta (es decir, dirigida hacia el centro de la Tierra) a . El valor de esa aceleración es, de acuerdo con la segunda Ley de Newton, el cociente entre la fuerza que actúa sobre la nave (la atracción gravitatoria que ejerce la Tierra sobre ella) y la masa de ésta. El astronauta está sometido también a la atracción gravitatoria que ejerce la Tierra sobre él (su peso), mucho menor que la ejercida sobre la nave (pues ésta tiene una masa mucho mayor). Respecto a la nave el astronauta sufre dos fuerzas: la atracción gravitatoria de la Tierra (dirigida hacia el centro de ésta) y la fuerza de inercia dirigida hacia *afuera de la curva*, es decir, opuesta a la atracción gravitatoria a la cual compensa exactamente⁴. El resultado es que el astronauta se encuentra en estado de *aparente* ingravidez.

La Tierra girando alrededor del baricentro Tierra-Luna como respuesta a la fuerza centrípeta de atracción gravitatoria de la Luna es una gran nave espacial. Los astronautas de esta nave, es decir, nosotros, estamos en estado de *aparente* ingravidez con respecto a esa atracción. No podemos detectar esa fuerza de atracción lunar pues está compensada por la fuerza de inercia debida a nuestra órbita circular alrededor del baricentro Tierra-Luna. Naturalmente, la atracción gravitatoria que la propia nave Tierra ejerce sobre nosotros no está compensada por nada y la sentimos continuamente, es nuestro peso. De la misma manera, la atracción gravitatoria debida al Sol está compensada por la fuerza de inercia debida a nuestro movimiento orbital alrededor del Sol.

En resumen, la Tierra se encuentra en permanente caída libre hacia el baricentro Tierra-Luna y hacia el Sol. La atracción gravitatoria de esos astros se encuentra entonces compensada, desde nuestro punto de vista de astronautas en esta nave espacial peculiar, por la fuerza de inercia. En el caso de una nave espacial, de dimensiones despreciables, la compensación es prácticamente exacta. En el caso de nuestra nave Tierra, de grandes dimensiones, veremos en las secciones siguientes que esa compensación es exacta tan sólo en el centro de la Tierra. La falta de compensación exacta de la atracción lunar (y solar) es el origen de las mareas. Dedicaremos las secciones siguientes a discutir este punto con más detalle.

3.3. Atracción gravitatoria del Sol y de la Luna

Está claro que el origen de las mareas es la atracción gravitatoria de la Luna y, en menor medida, del Sol sobre las aguas de los océanos. Pero esta simple explicación no es satisfactoria. ¿Por qué, en un momento dado, tenemos una pleamar en el punto sublunar y otra en las antípodas de este punto? Un análisis no riguroso indicaría a primera vista que deberíamos tener una pleamar en el punto sublunar y una bajamar en sus

⁴La aceleración centrípeta de la nave espacial, suponiendo su órbita circular, es $a = GM_T/r^2$, donde G es la constante de gravitación universal de la que hablaremos en la sección siguiente, M_T es la masa de la Tierra y r es el radio de la órbita de la nave medida desde el centro de la Tierra. Si m es la masa del astronauta, su peso es $P = GM_T m/r^2$ y la fuerza de inercia a la que se ve sometido desde el punto de vista de la nave es $F_i = -m a = -P$. Es decir, desde el punto de vista de la nave la fuerza total sobre el astronauta es nula. Se encuentra en estado de *aparente* ingravidez.

antípodas. Pero es que no es la atracción gravitatoria de la Luna y el Sol por si misma quien provoca las mareas. Es la pequeña diferencia entre cómo esos astros atraen a las diferentes partes del océano lo que da lugar a las *fuerzas de marea* que causan el fenómeno. Estas y otras cuestiones, como el efecto que las mareas tienen sobre la rotación de la Tierra, son tratadas en este capítulo. Se utilizan algunos conocimientos de Física básica como la Ley de la Gravitación Universal y, también, la aceleración normal a la que se ve sometido un cuerpo que describe una órbita circular.

La Ley de la Gravitación Universal, formulada por Newton en el siglo XVIII, establece que dos masas m_1 y m_2 situadas a una distancia d se atraen mutuamente (es decir, la masa m_1 atrae a la m_2 y la m_2 atrae a la m_1) con una fuerza que, dirigida según la línea que une sus centros, tiene el valor:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2} \quad (3.2)$$

donde G es la constante de gravitación universal⁵ cuyo valor es $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Newtons} \times \text{m}^2/\text{kg}^2$. Esta es una ley universal: *cualquier* par de masas situadas a una distancia d se atraen con esta fuerza. En particular, imaginemos una masa m sobre la superficie de la Tierra, a una distancia de su centro igual al radio de nuestro planeta, $R_T = 6370 \text{ km} = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$. La masa m será atraída por la Tierra en dirección a su centro (o sea, en la dirección vertical) con una fuerza:

$$F = \frac{G M_T}{R_T^2} m = m g \quad (3.3)$$

es decir, su peso. En la ecuación anterior $g \equiv G M_T/R_T^2$ es la *aceleración de la gravedad*. Teniendo en cuenta que la masa de la Tierra es $M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$ obtenemos el conocido valor de $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ para la aceleración de la gravedad.

Pero no nos encontramos solos en el universo. La masa m es atraída no sólo por la Tierra sino, también, por el resto cuerpos celestes siendo mayores la atracción debida al Sol (por su gran masa) y la Luna (por su proximidad). Estimemos el valor de esas fuerzas. Supongamos que la masa m está situada en el centro de la Tierra. ¿Qué fuerza ejercen el Sol y la Luna sobre ella? La distancia media entre el Sol y la Tierra es de $d_{Sol} = 1,496 \times 10^{11} \text{ m}$. La masa del Sol es unas 332 830 veces mayor que la masa de la Tierra. La fuerza ejercida por el Sol sobre la masa m situada en el centro de la Tierra es entonces:

$$F_{Sol} = \frac{G M_{Sol}}{d_{Sol}^2} m = \frac{G M_T}{R_T^2} \frac{M_{Sol}}{M_T} \left(\frac{R_T}{d_{Sol}} \right)^2 m = 6,03 \times 10^{-4} m g \quad (3.4)$$

Análogamente, teniendo en cuenta que la distancia media entre la Tierra y la Luna es $d_{Luna} = 3,84 \times 10^8 \text{ m}$ y que la masa de la Luna es $M_{Luna} = 7,34 \times 10^{22} \text{ kg}$, la atracción ejercida por la Luna sobre la masa m situada en el centro de la Tierra es:

$$F_{Luna} = \frac{G M_{Luna}}{d_{Luna}^2} m = \frac{G M_T}{R_T^2} \frac{M_{Luna}}{M_T} \left(\frac{R_T}{d_{Luna}} \right)^2 m = 3,39 \times 10^{-6} m g \quad (3.5)$$

es decir, la fuerza de atracción ejercida por el Sol es unas 178 veces *mayor* que la ejercida por la Luna lo cual no es sorprendente pues no en vano la Tierra orbita alrededor del Sol y no de la Luna. Sin embargo, como veremos más abajo, las mareas debidas al Sol son *menores* que las debidas a la Luna.

⁵La constante G se introduce para que la *masa gravitatoria* de una partícula, que se define mediante la ecuación (3.2), coincida con su *masa inercial* que se define mediante la segunda ley de Newton $F = m \times a$.

Para que tengamos una idea de cómo son las fuerzas gravitatorias que nos afectan, supongamos una persona de 80 kg de masa sobre la superficie de la Tierra. Esa persona está sometida a tres principales atracciones gravitatorias debidas, por orden de magnitud, a la Tierra (su peso), el Sol y la Luna. Los valores medios⁶ de esas fuerzas son 785 N , $0,47\text{ N}$ y $0,0027\text{ N}$, respectivamente. Obsérvese que el Sol ejerce sobre esta persona una fuerza no despreciable. Sin embargo, *esa fuerza no es detectable, no la podemos medir*. La razón, muy importante para entender posteriormente el mecanismo de las mareas, es que, como explicamos en la sección anterior, la Tierra se encuentra en *caída libre* alrededor del Sol. La Tierra es una *nave espacial* en órbita alrededor del Sol. Cualquier tripulante de esta *nave* no siente la atracción gravitatoria del Sol, igual que un tripulante de un transbordador espacial en órbita alrededor de la Tierra está en estado de aparente ingravidez. Asimismo, la Tierra está en caída libre alrededor del baricentro Tierra-Luna de modo que la atracción gravitatoria debida a la Luna tampoco es detectable.

3.4. La causa de las mareas

Hemos analizado en la sección anterior la atracción gravitatoria ejercida por el Sol y por la Luna sobre una masa m situada en el centro de la Tierra. Pero hemos de tener en cuenta que la Tierra no es una masa puntual situada en su centro sino que, por el contrario, tiene un tamaño finito. Analicemos primero las mareas debidas al Sol. Si en lugar de colocar esa masa m en el centro de nuestro planeta la colocamos en distintos puntos del mismo, la atracción ejercida por el Sol sobre ella es diferente según el punto concreto en el que se encuentre.

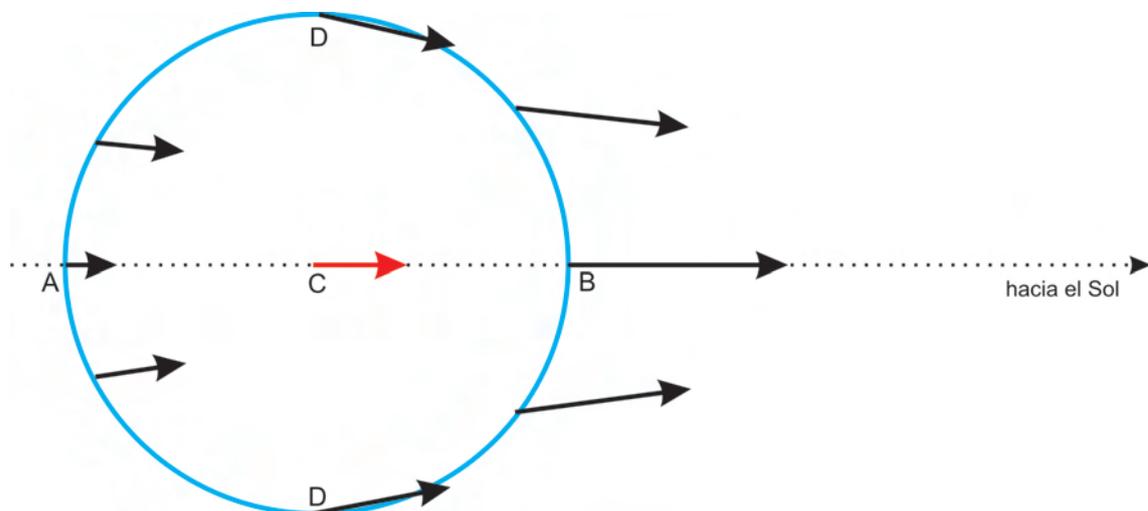


Figura 3.6: Atracción gravitatoria del Sol sobre una masa m situada en diferentes puntos de la Tierra.

Si la masa m está situada en el punto A de la figura 3.6, su distancia al Sol es $d_{Sol} + R_T$ y, por tanto, la atracción gravitatoria que ejerce el Sol sobre ella es menor que la que ejerce sobre esa misma masa situada en el centro de la Tierra y ésta es a su vez

⁶Valores medios porque para obtener las ecuaciones (3.4) y (3.5) hemos supuesto la masa m en el centro de la Tierra y no en su superficie.

menor que si situamos la masa m en el punto B que está a una distancia $d_{Sol} - R_T$ del Sol. La diferencia de atracción solar sobre m entre A y C será:

$$\Delta F_{Sol} = m G M_{Sol} \left[\frac{1}{d_{Sol}^2} - \frac{1}{(d_{Sol} + R_T)^2} \right]$$

Pero:

$$\frac{1}{d_{Sol}^2} - \frac{1}{(d_{Sol} + R_T)^2} = \frac{2d_{Sol}R_T + R_T^2}{d_{Sol}^2(d_{Sol} + R_T)^2} = \frac{2R_T d_{Sol} + R_T^2}{d_{Sol}^2(1 + R_T/d_{Sol})^2} = \frac{R_T}{d_{Sol}^3} \times \frac{2 + R_T/d_{Sol}}{(1 + R_T/d_{Sol})^2}$$

Teniendo en cuenta que R_T/d_{Sol} es un número muchísimo más pequeño que uno podemos aproximar:

$$\frac{2 + R_T/d_{Sol}}{(1 + R_T/d_{Sol})^2} \simeq 2$$

Por tanto,

$$\Delta F_{Sol} = m G M_{Sol} \frac{2R_T}{d_{Sol}^3} = F_{Sol} \frac{2R_T}{d_{Sol}} \quad (3.6)$$

donde F_{Sol} es la fuerza que ejerce el Sol sobre la masa m situada en el centro de la Tierra y está dada por la ecuación (3.4). Si tenemos en cuenta los valores de F_{Sol} , R_T y d_{Sol} , obtenemos:

$$\Delta F_{Sol} = 5,14 \times 10^{-8} m g \quad (3.7)$$

En resumen, si la masa m es colocada en el centro de la Tierra será atraída por el Sol con una fuerza F_{Sol} . Si, por el contrario, la misma masa m es colocada en el punto A es atraída por el Sol con una fuerza menor e igual a $F_{Sol}^A = F_{Sol} - \Delta F_{Sol}$.

Si colocamos la masa m en el punto B será atraída por el Sol con una fuerza mayor que si es colocada en el centro de la Tierra. La diferencia de atracción solar sobre m entre B y C es:

$$\Delta F_{Sol} = m G M_{Sol} \left[\frac{1}{(d_{Sol} - R_T)^2} - \frac{1}{d_{Sol}^2} \right]$$

que manipulada del mismo modo que en el caso A conduce *al mismo* resultado para ΔF_{Sol} . Es decir, que la masa m situada en el punto B experimenta una fuerza de atracción hacia el Sol igual a $F_{Sol}^B = F_{Sol} + \Delta F_{Sol}$.

El resumen de lo anterior es que el Sol *tira* con diferentes fuerzas de las diferentes partes de la Tierra. Si la Tierra estuviese fija en el espacio, sin moverse alrededor del Sol, las fuerzas de atracción debidas al Sol sobre cada una de sus partes serían las representadas en la figura 3.6. Un observador en esa hipotética Tierra en reposo en el espacio experimentaría esas fuerzas debidas al Sol y, superpuesta, la atracción gravitatoria de la Tierra. De esta manera, una masa m dejada caer en el punto A caería con una aceleración mayor que g . Esa masa colocada en el punto B caería con una aceleración menor que g pues la atracción debida al Sol se opone al peso de esa masa m . Pero la Tierra se mueve como un todo alrededor del Sol en una permanente caída libre⁷, como si de una nave espacial *puntual* (con toda su masa colocada en su centro) se

⁷Para ser estrictos, la Tierra se mueve en torno al baricentro del sistema Sol-Tierra, pero dadas las masas de ambos astros, ese punto se encuentra a tan sólo unos 450 km del centro del Sol, una distancia despreciable comparada con la distancia entre los centros de ambos astros.

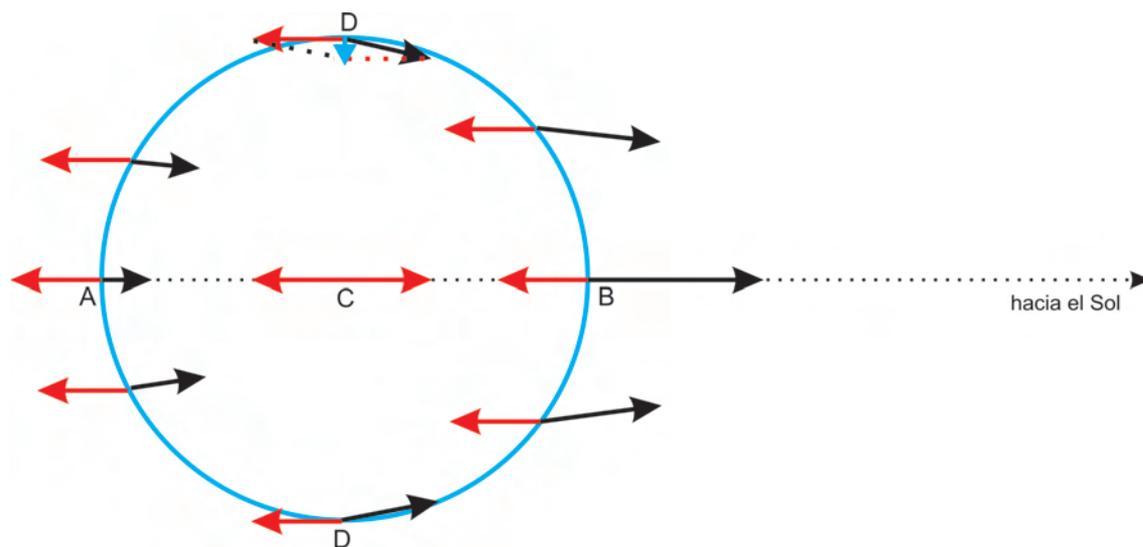


Figura 3.7: Efecto combinado sobre una masa m , situada en diferentes puntos de la Tierra, de la atracción gravitatoria del Sol y la *fuerza de inercia* debida a la caída libre de la Tierra hacia el Sol.

tratase. Por tanto, la masa m sufre, desde el punto de vista de un observador terrestre, una fuerza de inercia, la misma tanto si está en A como en B o en cualquier otro punto del planeta, que es la que correspondería a una Tierra puntual con toda su masa en su centro. Así que m está en aparente ingravidez solar sólo si está situada en el centro de nuestro planeta. Una masa m situada en A sufre la ingravidez correspondiente a una atracción solar como la que tendría de estar en el centro, cuando la verdadera atracción solar que sufre en A es menor en ΔF_{Sol} que la que sufriría de estar en el centro. El resultado es que en ese punto A la masa m no se encuentra en aparente ingravidez sino que sufre una fuerza *hacia afuera* (que tiende a alejarla del centro de la Tierra) igual a ΔF_{Sol} . De este modo, si estamos situados en A y dejamos caer la masa m , resultará que esta masa caerá hacia la superficie de la Tierra sometida a una fuerza *menor* que su peso: $F = m g - \Delta F_{Sol} = m g - 5,14 \times 10^{-8} m g = (1 - 5,14 \times 10^{-8}) m g$ y, consecuentemente, caerá con una aceleración menor que g , concretamente $a = (1 - 5,14 \times 10^{-8}) g$. Análogamente, si nos situamos en el punto B nuestra masa m sufre una fuerza también *hacia afuera* de valor ΔF_{Sol} , igual que en A , porque la atracción del Sol es compensada sólo en parte por la ingravidez aparente correspondiente al centro de la Tierra. En resumen, puesto que la Tierra está en caída libre hacia el Sol como si de una partícula puntual se tratase, los distintos puntos de la Tierra sufren una fuerza que, en cada punto, es el resultado de *restar* la atracción del Sol en ese punto y esa atracción en el *centro de la Tierra*, como indica la figura 3.7. Así tenemos una fuerza neta sobre cada punto de la Tierra que sólo se anula en su centro. Esta es la fuerza que origina las mareas (figura 3.8).

Tal y como hemos deducido en esta sección, la fuerza de marea en los puntos A y B tiene una magnitud dada por la ecuación (3.6):

$$\Delta F_{Sol} = F_{Sol} \frac{2R_T}{d_{Sol}} = 5,14 \times 10^{-8} m g$$

En los puntos D la fuerza de marea es radial, como en A y B , pero dirigida *hacia adentro* y de magnitud menor que la fuerza de marea en A y B .

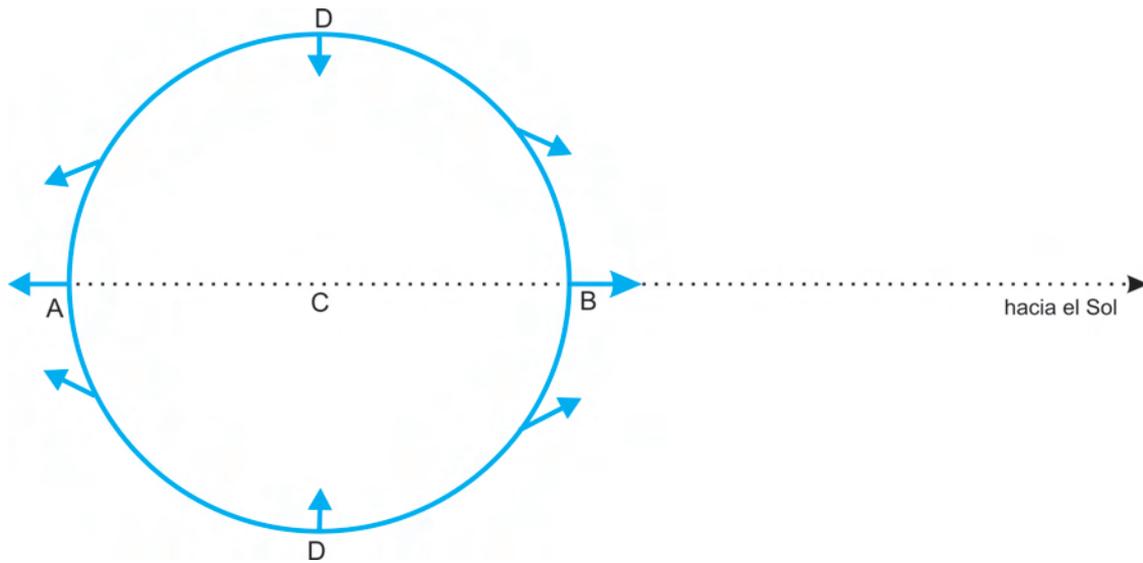


Figura 3.8: Fuerza generadora de las mareas.

El análisis de la fuerza de marea generada por el Sol se puede reproducir de la misma manera para estudiar la fuerza de marea generada por la Luna. Tan sólo hemos de tener en cuenta que, como hemos explicado antes, la Tierra se encuentra en caída libre girando alrededor del baricentro del sistema Tierra-Luna como resultado de la atracción gravitatoria ejercida por la Luna sobre una masa puntual igual a la masa de la Tierra situada en su centro. En consecuencia, la fuerza neta generada por la Luna sobre una masa m situada en diferentes puntos de la Tierra será la diferencia vectorial de la atracción de la Luna sobre esa masa y la atracción que esa masa sufriría de encontrarse en el centro de la Tierra. El resultado es la misma distribución de fuerzas de marea representada en la figura 3.8 pero con una intensidad en los puntos A y B :

$$\Delta F_{Luna} = F_{Luna} \frac{2R_T}{d_{Luna}} = 1,13 \times 10^{-7} m g \quad (3.8)$$

De modo que:

$$\frac{\Delta F_{Luna}}{\Delta F_{Sol}} = \frac{1,13 \times 10^{-7} m g}{5,14 \times 10^{-8} m g} = 2,2$$

Es decir, la fuerza de marea generada por la Luna es 2,2 veces más intensa a pesar de que, como hemos visto en la sección anterior, la atracción del Sol es unas 178 veces más fuerte que la de la Luna. La razón es, claro está, el factor $2R_T/d$ que es considerablemente mayor para la Luna que para el Sol.

Cuando el Sol, la Luna y la Tierra se encuentran alineados, como sucede cuando hay Luna nueva o Luna llena, las fuerzas de marea debidas al Sol y a la Luna se suman, produciéndose pleamares más altas que la pleamar media y bajamares más bajas que la bajamar promedio. Es lo que hemos llamado *mareas vivas*. Por el contrario, cuando la Luna se encuentra en cuarto creciente o cuarto menguante las fuerzas de marea del Sol y de la Luna actúan en direcciones perpendiculares produciendo mareas menores que las promedio que llamamos *mareas muertas*.

Naturalmente, la Tierra genera fuerzas de marea sobre la Luna. En los puntos A y B de la superficie lunar la fuerza de marea generada por la Tierra es:

$$\Delta F_{Tierra} = F_{Tierra} \frac{2R_L}{d_{Luna}}$$

donde F_{Tierra} es la fuerza generada por la Tierra sobre una masa m situada en el centro de la Luna, es decir,

$$F_{Tierra} = \frac{G M_T}{d_{Luna}^2} m = \frac{G M_T}{R_T^2} \left(\frac{R_T}{d_{Luna}} \right)^2 m = \left(\frac{R_T}{d_{Luna}} \right)^2 m g$$

Así que la fuerza de marea en los puntos A y B de la Luna es:

$$\Delta F_{Tierra} = \left(\frac{R_T}{d_{Luna}} \right)^2 \frac{2R_L}{d_{Luna}} m g = 2,49 \times 10^{-6} m g$$

donde hemos tenido en cuenta que el radio de la Luna es $R_L = 1737,4 \text{ km} = 1,7374 \times 10^6 \text{ m}$. La fuerza de marea generada por la Tierra resulta ser entonces 22 veces mayor que la fuerza de marea producida por la Luna en los puntos equivalentes de la Tierra (ecuación (3.8)). Obsérvese que la fuerza de marea es mayor cuanto más cerca se encuentre el astro que la genera y cuanto mayor sea el satélite que la sufre. La figura 3.8 muestra claramente que la fuerza de marea tiende a desintegrar el satélite que la sufre. Si esto no ocurre es porque el propio satélite genera su campo gravitatorio que atrae a sus componentes hacia su centro, manteniendo así su cohesión. Si por alguna razón la Luna se acercase progresivamente a la Tierra, la fuerza de marea que soportaría sería cada vez mayor mientras que la cohesión sería siempre la misma. Llegaría pues un momento en el que la propia gravedad lunar no es capaz de mantener la cohesión frente a las fuerzas de marea generadas por la Tierra, produciéndose la desintegración del satélite. La distancia a la que eso ocurre se llama el *límite de Roche*. Por debajo de esa distancia el satélite no puede orbitar manteniéndose unido como un todo por su propia gravedad. Ese es el origen de los anillos que presentan algunos planetas como Saturno.

3.5. Fuerza de marea en un punto cualquiera

Hemos discutido el origen de la fuerza de marea analizando la atracción gravitatoria de la Luna (y el Sol) en los puntos A , B y D (figura 3.7). Pero ha quedado claro en la sección anterior que la fuerza de marea sobre una masa m en *cualquier* punto del planeta se obtiene simplemente sumando (vectorialmente) la fuerza de atracción gravitatoria de la Luna (el Sol) sobre la masa m situada en ese punto y la fuerza de inercia sobre esa masa debida a la continua caída libre de la Tierra hacia el baricentro correspondiente. Esa fuerza de inercia resulta ser el vector *opuesto* a la atracción gravitatoria que la Luna (el Sol) ejercería sobre m de estar ésta colocada en el *centro* de la Tierra (figura 3.7).

Supongamos entonces un punto arbitrario P de la Tierra. Su posición respecto al centro del planeta la especificaremos mediante coordenadas polares utilizando como eje para definir el ángulo polar θ la línea que une el centro de la Tierra con el centro de la Luna (estudiemos primero las mareas generadas por la Luna), como se muestra en la figura 3.9.

De acuerdo con lo que hemos estudiado en la secciones anteriores, tenemos:

$$\vec{F}_{Luna} = -G \frac{M_{Luna} m}{r_{Luna}^3} \vec{r}_{Luna} \quad (3.9)$$

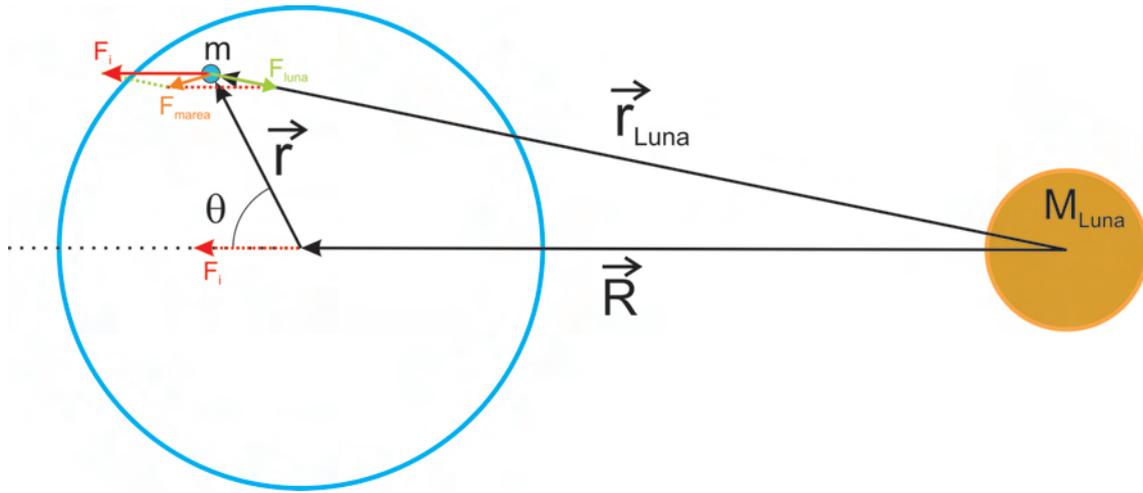


Figura 3.9: Fuerza de marea en un punto P cualquiera.

$$\vec{F}_i = G \frac{M_{Luna} m}{R^3} \vec{R} \quad (3.10)$$

El signo menos en la ecuación (3.9) se debe a que los vectores \vec{F}_{Luna} y \vec{r}_{Luna} son siempre opuestos. La fuerza de marea en el punto $\vec{r} \equiv (r, \theta)$ es entonces:

$$\vec{F}_{marea}(\vec{r}) = G M_{Luna} m \left(\frac{\vec{R}}{R^3} - \frac{\vec{r}_{Luna}}{r_{Luna}^3} \right) \quad (3.11)$$

Pero de la figura 3.9 es evidente que $\vec{r}_{Luna} = \vec{R} + \vec{r}$ así que, elevando al cuadrado, obtenemos:

$$r_{Luna}^2 = (\vec{R} + \vec{r})^2 = R^2 + r^2 + 2\vec{R} \cdot \vec{r} = R^2 \left(1 + \left(\frac{r}{R}\right)^2 + 2\frac{\vec{R} \cdot \vec{r}}{R^2} \right) \simeq R^2 \left(1 + 2\frac{\vec{R} \cdot \vec{r}}{R^2} \right)$$

donde hemos despreciado el término $(r/R)^2$ pues en cualquier caso $r \ll R$. Entonces:

$$\frac{\vec{r}_{Luna}}{r_{Luna}^3} = \vec{r}_{Luna} (r_{Luna}^2)^{-3/2} = (\vec{R} + \vec{r}) R^{-3} \left(1 + 2\frac{\vec{R} \cdot \vec{r}}{R^2} \right)^{-3/2}$$

El último factor $\left(1 + 2\frac{\vec{R} \cdot \vec{r}}{R^2} \right)^{-3/2}$ es de la forma $(1+x)^{-3/2}$ con $x \equiv 2\frac{\vec{R} \cdot \vec{r}}{R^2} \ll 1$ pues $2\frac{\vec{R} \cdot \vec{r}}{R^2} = 2\frac{r}{R} \cos \theta$. Teniendo en cuenta que para $x \ll 1$ se tiene que $(1+x)^{-3/2} \simeq 1 - \frac{3}{2}x$ resulta que $\left(1 + 2\frac{\vec{R} \cdot \vec{r}}{R^2} \right)^{-3/2} \simeq 1 - 3\frac{\vec{R} \cdot \vec{r}}{R^2}$. Entonces

$$\frac{\vec{r}_{Luna}}{r_{Luna}^3} = (\vec{R} + \vec{r}) R^{-3} \left(1 - 3\frac{\vec{R} \cdot \vec{r}}{R^2} \right)$$

Introduciendo este resultado en la ecuación (3.11) obtenemos para la fuerza de marea debida a la Luna:

$$\begin{aligned}\vec{F}_{marea}(\vec{r}) &= G \frac{M_{Luna} m}{R^3} \left[\vec{R} - (\vec{R} + \vec{r}) \left(1 - 3 \frac{\vec{R} \cdot \vec{r}}{R^2} \right) \right] \\ &\simeq G \frac{M_{Luna} m}{R^3} \left[3 \frac{\vec{R} \cdot \vec{r}}{R^2} \vec{R} - \vec{r} \right]\end{aligned}\quad (3.12)$$

Esta es la expresión general para la fuerza de marea creada por la Luna en un punto cualquiera de la Tierra. En ella el módulo del vector \vec{R} es la distancia entre los centros de ambos astros, es decir $R = d_{Luna}$. Exactamente la misma expresión se obtiene para la fuerza de marea debida al Sol en un punto cualquiera de la Tierra sin más que sustituir en la ecuación (3.12) la masa de la Luna M_{Luna} por la masa del Sol M_{Sol} y, naturalmente, $R = d_{Sol}$.

Obsérvese que la ecuación general (3.12) reproduce el resultado obtenido en la sección anterior para la fuerza de marea en puntos especiales como A , B y D de la figura 3.8. Por ejemplo, en el punto A se tiene $\theta = 0^\circ$ y $r = R_T$. Por tanto, los vectores \vec{r} y \vec{R} son paralelos así que los dos sumandos del corchete de la ecuación (3.12) son dos vectores paralelos:

$$3 \frac{\vec{R} \cdot \vec{r}}{R^2} \vec{R} - \vec{r} = 2 R_T \vec{u}_{\vec{R}}$$

donde $\vec{u}_{\vec{R}}$ es un vector unitario en la dirección de \vec{R} ($\vec{u}_{\vec{R}} = \vec{R}/R$). De esta manera, la fuerza de marea en el punto A es

$$\vec{F}_{marea} = G \frac{M_{Luna} m}{d_{Luna}^3} 2 R_T \vec{u}_{\vec{R}} = G \frac{M_{Luna} m}{d_{Luna}^2} \frac{2 R_T}{d_{Luna}} \vec{u}_{\vec{R}} = F_{Luna} \frac{2 R_T}{d_{Luna}} \vec{u}_{\vec{R}}$$

donde F_{Luna} es la atracción gravitatoria ejercida por la Luna sobre la masa m si ésta estuviese situada en el centro de la Tierra. Como se ve, la fuerza de marea en A está dirigida verticalmente hacia afuera (o sea, en la dirección del vector unitario $\vec{u}_{\vec{R}}$) y tiene un módulo que coincide con el resultado dado por la ecuación (3.8). Del mismo modo puede encontrar el lector que la fuerza de marea en B es exactamente el vector opuesto al calculado para el punto A , así que la fuerza de marea en ese punto es también vertical y hacia afuera y de la misma intensidad que en A . En el caso del punto D se tiene $\theta = 90^\circ$ de modo que el producto escalar de la ecuación (3.12) es nulo. Obtenemos así una fuerza de marea en D que tiene dirección opuesta al vector \vec{r} , es decir, que está dirigida verticalmente y hacia adentro. Su módulo es la mitad que la fuerza de marea en los puntos A y B .

En un punto arbitrario la fuerza de marea, dada por la ecuación (3.12), no es vertical, como en los puntos A , B y D , sino que está dirigida en la dirección del vector \vec{F}_{marea} . Ese vector puede descomponerse en sus componentes vertical (o sea, en la dirección del vector \vec{r}) y horizontal (o tangencial, es decir perpendicular a la anterior). A la componente horizontal sólo contribuye el término proporcional a \vec{R} ($G \frac{M_{Luna} m}{R^3} 3 \frac{\vec{R} \cdot \vec{r}}{R^2} \vec{R}$, representado en verde en la figura 3.10) pues el otro es proporcional a \vec{r} , es decir, puramente vertical. De la figura 3.10 es evidente que:

$$F_{hor} = -G \frac{M_{Luna} m}{R^3} 3 r \cos \theta \cos(90^\circ - \theta) = -3 G \frac{M_{Luna} m}{R^3} r \cos \theta \sin \theta \quad (3.13)$$

El signo menos es debido a que la componente horizontal está dirigida en la dirección contraria a la que crece el ángulo θ . De nuevo podemos escribir esa expresión en

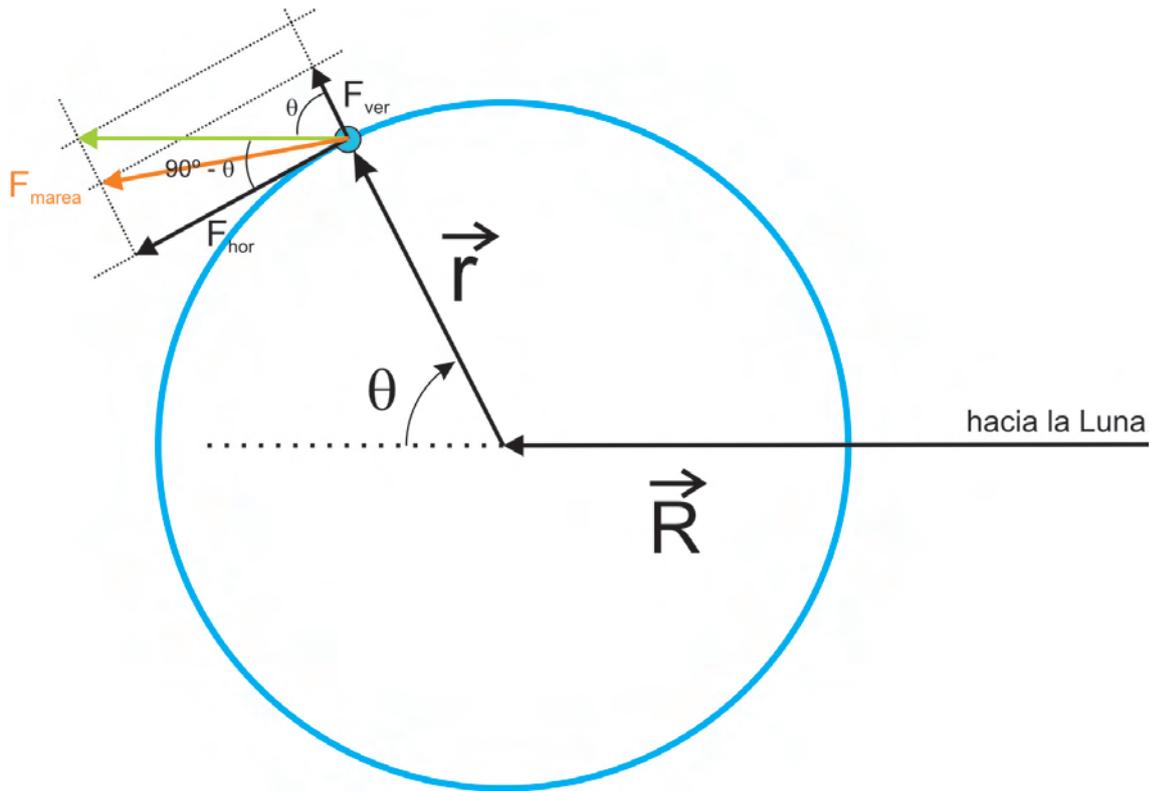


Figura 3.10: Componentes horizontal y vertical de la fuerza de marea en un punto cualquiera.

función de la atracción gravitatoria debida a la Luna que sufriría la masa m de estar situada en el centro de la Tierra, F_{Luna} . Teniendo en cuenta que $R = d_{Luna}$ y que $\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$,

$$F_{hor} = -\frac{3}{2} F_{Luna} \frac{r}{d_{Luna}} \sin 2\theta \quad (3.14)$$

y la misma expresión es válida para la componente horizontal de la fuerza de marea debida al Sol sin más que sustituir los subíndices *Luna* por *Sol*.

A la componente vertical de la fuerza de marea contribuyen los dos sumandos de la ecuación (3.12). La manera más sencilla de encontrar la proyección del vector \vec{F}_{marea} a lo largo de la vertical es multiplicarlo escalarmente por un vector unitario en esa dirección radial, es decir, multiplicar por \vec{r}/r . Obtenemos así:

$$F_{ver} = G \frac{M_{Luna} m}{R^3} r (3 \cos^2 \theta - 1) = \frac{3}{2} F_{Luna} \frac{r}{d_{Luna}} \left(\cos 2\theta + \frac{1}{3} \right) \quad (3.15)$$

donde hemos hecho uso de la relación $2 \cos^2 \theta - 1 = \cos 2\theta$. Esta ecuación permite recuperar, una vez más, los valores de la fuerza de marea en puntos especiales como los *A* ($\theta = 0^\circ$), *B* ($\theta = 180^\circ$) y *D* ($\theta = 90^\circ$). La componente vertical de la fuerza de marea modifica muy ligeramente el valor de la aceleración de la gravedad terrestre. La componente horizontal tiene una influencia mucho mayor sobre las mareas que la componente vertical.

3.6. Deformación causada por las fuerzas de marea

En las secciones anteriores hemos analizado las fuerzas de marea generadas por la Luna y el Sol sobre la Tierra. Como hemos visto, esas fuerzas son el resultado de la acción conjunta de la atracción gravitatoria y la *fuerza de inercia* debida al movimiento orbital de la Tierra (órbita de la Tierra alrededor del baricentro correspondiente). La rotación diaria de la Tierra alrededor de su eje no interviene para nada en la generación de la fuerza de marea. Naturalmente, la rotación de la Tierra (y el movimiento propio de la Luna) hace que los puntos *A* y *B* enfrentados a la Luna (o al Sol) cambien con el tiempo dando como resultado que la fuerza de marea en un punto dado depende del tiempo. Pero comencemos analizando la situación *estática*. Es decir, nos planteamos primero qué deformación produciría una distribución de fuerzas como la representada en la figura 3.8 si actuase de manera constante sobre el planeta. Después tendremos en cuenta los aspectos dinámicos.

Para este análisis utilizaremos un modelo muy simplificado: suponemos que el planeta se encuentra cubierto en su totalidad por una capa de agua que, de no existir la fuerza de marea, tendría una superficie esférica de radio $r_0 = R_T + h$ donde h es la profundidad constante de este hipotético océano. Una distribución estática de fuerzas como la representada en la figura 3.8 producirá una deformación de esa capa esférica de agua que pasará a tener forma elipsoidal con el semieje mayor a lo largo de la línea que une en centro de la Tierra con la Luna (el Sol), como se muestra en la figura 3.11.

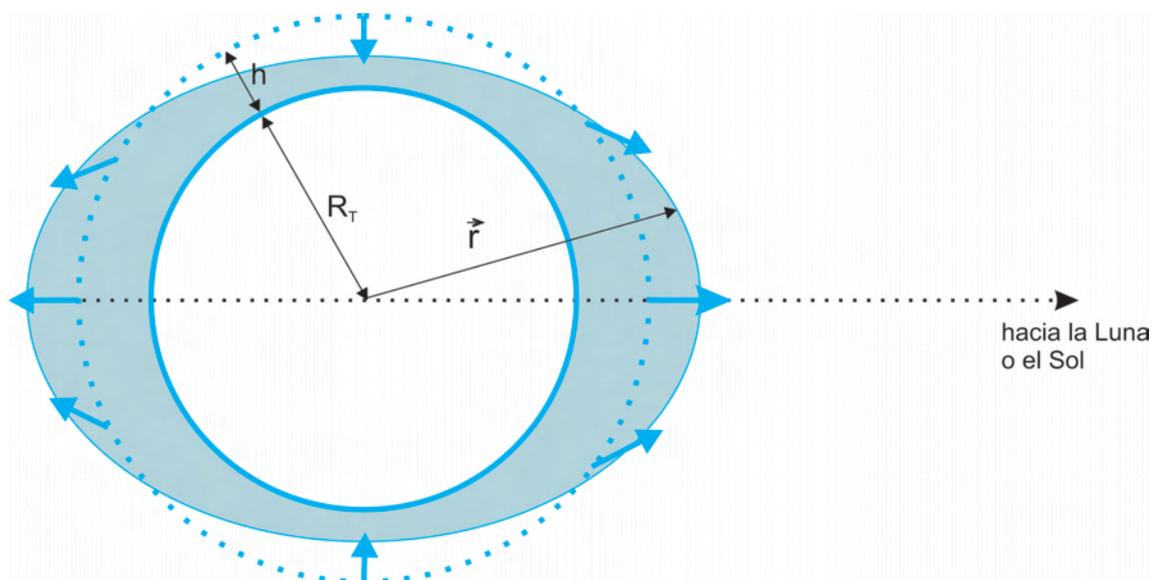


Figura 3.11: Deformación *estática* causada por la fuerza de marea.

La manera más sencilla de calcular esa deformación es utilizar el *potencial de marea*: la superficie de este elipsoide será tal que constituye una superficie equipotencial. Es decir, una masa m de agua en esta superficie tiene la misma energía potencial total independientemente del punto de la superficie en el que se encuentre. La energía potencial de esa masa m será la suma de la energía potencial gravitatoria terrestre y la energía potencial asociada a la fuerza de marea. Empecemos por calcular ésta última que, puesto que la fuerza es una función de (r, θ) , lo será la energía potencial también. Buscamos entonces una función escalar $E_{marea}(r, \theta)$ cuyo gradiente tenga por componentes las componentes vertical y horizontal de la fuerza de marea cambiadas

de signo. Es decir,

$$-\frac{\partial E_{marea}(r, \theta)}{\partial r} = F_{ver}(r, \theta) = \frac{3}{2} F_{Luna} \frac{r}{d_{Luna}} \left(\cos 2\theta + \frac{1}{3} \right)$$

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial E_{marea}(r, \theta)}{\partial \theta} = F_{hor}(r, \theta) = -\frac{3}{2} F_{Luna} \frac{r}{d_{Luna}} \sin 2\theta$$

donde hemos utilizado la forma del operador gradiente en coordenadas polares $\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$. La función $E_{marea}(r, \theta)$ que verifica estas ecuaciones es:

$$E_{marea}(r, \theta) = -\frac{3}{4} F_{Luna} \frac{1}{d_{Luna}} r^2 \left(\cos 2\theta + \frac{1}{3} \right) \quad (3.16)$$

La energía potencial gravitatoria de la masa m a una distancia r del centro de la Tierra⁸, $E_{grav}(r)$, es:

$$E_{grav}(r) = -G \frac{M_T m}{r}$$

La superficie del elipsoide de agua estará entonces determinada por la condición:

$$-G \frac{M_T m}{r} - \frac{3}{4} F_{Luna} \frac{1}{d_{Luna}} r^2 \left(\cos 2\theta + \frac{1}{3} \right) = constante \quad (3.17)$$

que podemos escribir, utilizando la ecuación (3.5) para F_{Luna} como

$$-\frac{M_T}{r} - \frac{3}{4} \frac{M_{Luna}}{d_{Luna}^3} r^2 \left(\cos 2\theta + \frac{1}{3} \right) = constante$$

donde hemos dividido la ecuación por $G m$. La superficie de agua, inicialmente esférica de radio r_0 , es deformada por la fuerza de marea de modo que $r = r_0 + \xi$, siendo ξ el nivel del agua con respecto a r_0 . De los dos términos de la ecuación anterior el primero de ellos es mucho más grande que el segundo de modo que aproximar este último por su valor constante correspondiente a suponer $r = r_0$ es una aproximación razonable. Por otra parte, el primer término puede aproximarse como:

$$-\frac{M_T}{r} = -\frac{M_T}{r_0(1 + \xi/r_0)} \simeq -\frac{M_T}{r_0} \left(1 - \frac{\xi}{r_0} \right) = -\frac{M_T}{r_0} + \frac{M_T}{r_0^2} \xi$$

con lo que podemos escribir:

$$\frac{M_T}{r_0^2} \xi - \frac{3}{4} \frac{M_{Luna}}{d_{Luna}^3} r_0^2 \left(\cos 2\theta + \frac{1}{3} \right) = constante$$

donde hemos englobado el término $-\frac{M_T}{r_0}$ en la constante. Despejando obtenemos:

$$\xi = \frac{3}{4} \frac{M_{Luna}}{M_T d_{Luna}^3} r_0^4 \left(\cos 2\theta + \frac{1}{3} \right) + constante$$

Si la Luna no existiese no tendríamos deformación de la superficie esférica de nuestro hipotético océano, de modo que ξ sería cero en cualquier punto. Entonces ha de

⁸Obsérvese que el centro de la Tierra es el origen que hemos tomado para definir r y es, por tanto, el origen utilizado en E_{marea} . La masa m situada en el centro de la Tierra está sometida a una fuerza de marea nula y tiene una energía potencial de marea nula. Hemos de utilizar el mismo origen de coordenadas para expresar la energía potencial gravitatoria terrestre sobre la masa m para poder así definir la energía potencial total como la suma de ambas contribuciones.

tenerse $constante = 0$ en la ecuación anterior. Además, r_0 es, con muy buena aproximación, igual al radio de la Tierra, R_T , de modo que obtenemos finalmente para la elevación del agua medida desde el nivel medio que tendría de no existir el fenómeno de las mareas:

$$\xi = \frac{3}{4} \frac{M_{Luna}}{M_T} \left(\frac{R_T}{d_{Luna}} \right)^3 R_T \left(\cos 2\theta + \frac{1}{3} \right) = \frac{M_{Luna}}{2M_T} \left(\frac{R_T}{d_{Luna}} \right)^3 R_T (3 \cos^2 \theta - 1) \quad (3.18)$$

El máximo de esta función está en $\theta = 0^\circ$ con una altura $\xi_{max} = \frac{M_{Luna}}{M_T} \left(\frac{R_T}{d_{Luna}} \right)^3 R_T$. El mínimo se encuentra cuando $2\theta = 180^\circ$, es decir, $\theta = 90^\circ$ y la altura mínima es $\xi_{min} = -\frac{M_{Luna}}{2M_T} \left(\frac{R_T}{d_{Luna}} \right)^3 R_T$. Así que la máxima diferencia entre la pleamar y la bajamar en este modelo hipotético es:

$$\Delta\xi = \frac{3}{2} \frac{M_{Luna}}{M_T} \left(\frac{R_T}{d_{Luna}} \right)^3 R_T \quad (3.19)$$

que, utilizando los valores de las diferentes constantes, da como resultado $\Delta\xi = 0,54 m$. Expresiones análogas se obtienen para la marea debida al Sol sin más que sustituir M_{Luna} y d_{Luna} por M_{Sol} y d_{Sol} . El resultado para $\Delta\xi$ debido al Sol es $\Delta\xi = 0,24 m$, es decir, poco menos de la mitad que la marea debida a la Luna.

En la deducción de la deformación estática hemos supuesto que la Luna (el Sol) no cambia su posición respecto a la Tierra. Pero como es natural, esa suposición es muy poco realista. Tanto el movimiento propio de la Luna como la rotación de la Tierra hacen que la posición de la Luna con respecto al punto P en el que queremos determinar la altura de la marea varíe con el tiempo, complicando las cosas aún más, incluso manteniendo el modelo simplificado que estamos utilizando consistente en considerar un hipotético océano de profundidad media constante que cubre completamente el planeta. Sin embargo, si suponemos que el agua se encuentra en equilibrio en cualquier instante (a pesar de que el cambio de posición del astro generador de la marea haga que el agua suba, baje y se mueva causando mareas que dependen del tiempo)⁹, entonces la ecuación (3.18), obtenida con la aproximación estática, seguirá siendo válida con la única salvedad de que ahora los parámetros que determinan la posición de la Luna (el Sol) respecto al punto P (esencialmente el ángulo θ) varían con el tiempo. Bastará entonces con obtener $\cos \theta$ en función del tiempo y sustituirlo en la ecuación (3.18). Obtenemos así la que se llama *teoría estática* (o *de equilibrio*) de las mareas.

Supongamos entonces el punto P sobre la superficie de la Tierra situado en coordenadas (l, L) (latitud y longitud). La rotación de la Tierra junto con el movimiento propio de la Luna (o, en el caso del Sol, el movimiento aparente de éste a lo largo de la eclíptica) se traduce en que el astro en cuestión está situado sobre la esfera celeste en una posición que queda completamente especificada por sus coordenadas celestes, el horario en Greenwich, h_G , y la declinación, δ , y que, en un instante dado, podemos obtener del Almanaque Náutico. La posición del astro con respecto al punto de interés P quedará entonces determinada por el horario en el lugar $h_l = h_G + L$ (recuérdese que los horarios se miden siempre hacia el oeste y que, de acuerdo con el convenio de la Unión Astronómica Internacional, la longitud es negativa cuando es oeste y positiva si es este). La situación es entonces la representada en la figura 3.12.

Con el fin de cubrir todos los casos, utilizamos el convenio habitual: declinaciones y latitudes norte son positivas y sur son negativas, de modo que $90^\circ - \delta$ y $90^\circ - l$ serán

⁹Esto quiere decir que suponemos que la velocidad y aceleración de cualquier masa m de agua de nuestro hipotético océano con respecto al planeta es despreciable.

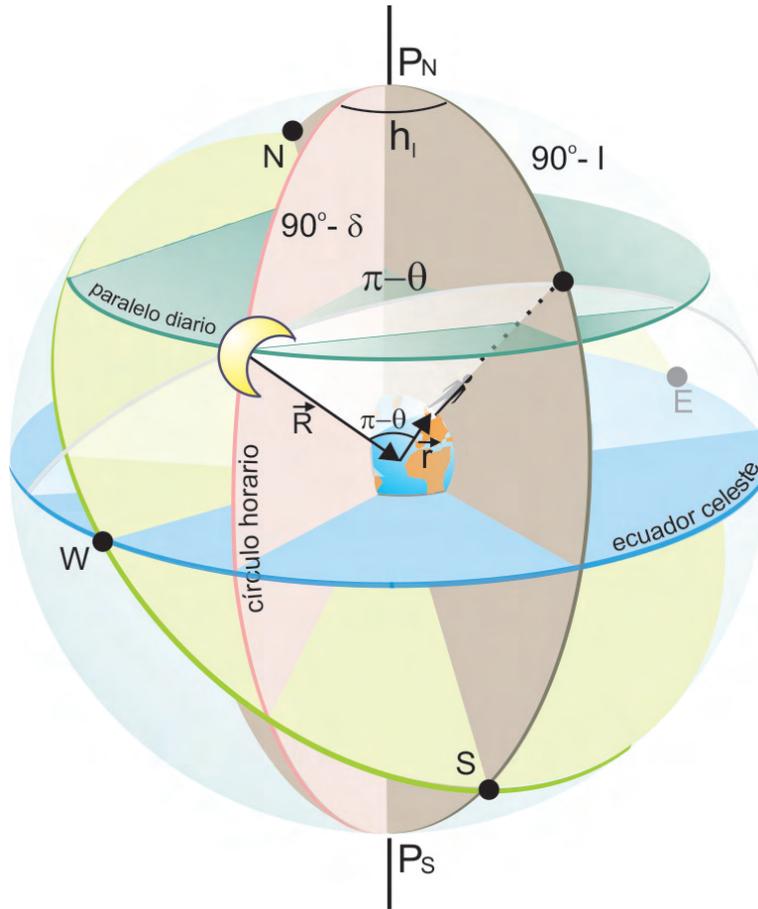


Figura 3.12: Posición del astro generador de la marea con respecto al observador.

menor o mayor de 90° según corresponda. Utilizando el teorema de los cosenos en el triángulo esférico de la figura obtenemos:

$$\cos(\pi - \theta) = \cos(90^\circ - \delta) \cos(90^\circ - l) + \sin(90^\circ - \delta) \sin(90^\circ - l) \cos h_l$$

que, teniendo en cuenta las propiedades de las funciones trigonométricas, se puede escribir como:

$$-\cos \theta = \sin \delta \sin l + \cos \delta \cos l \cos h_l$$

y elevando al cuadrado:

$$\cos^2 \theta = \sin^2 \delta \sin^2 l + \cos^2 \delta \cos^2 l \cos^2 h_l + 2 \sin \delta \sin l \cos \delta \cos l \cos h_l$$

Entonces:

$$3 \cos^2 \theta - 1 = 3 \sin^2 \delta \sin^2 l + 3 \cos^2 \delta \cos^2 l \cos^2 h_l + 6 \sin \delta \sin l \cos \delta \cos l \cos h_l - 1$$

que, utilizando las relaciones trigonométricas $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ y $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$, puede reescribirse como:

$$3 \cos^2 \theta - 1 = \frac{1}{2} (3 \sin^2 \delta - 1) (3 \sin^2 l - 1) + \frac{3}{2} \sin 2\delta \sin 2l \cos h_l + \frac{3}{2} \cos^2 \delta \cos^2 l \cos 2h_l$$

Introduciendo este resultado en la ecuación (3.18) obtenemos la expresión para la altura ξ de la marea en el punto de coordenadas (l, L) en función del horario en el lugar de la Luna (o el Sol si sustituimos los datos de aquella por los de éste):

$$\xi = \frac{M_{Luna}}{2M_T} \left(\frac{R_T}{d_{Luna}} \right)^3 R_T \times \left\{ \frac{1}{2} (3 \sin^2 \delta - 1) (3 \sin^2 l - 1) + \frac{3}{2} \sin 2\delta \sin 2l \cos h_l + \frac{3}{2} \cos^2 \delta \cos^2 l \cos 2h_l \right\} \quad (3.20)$$

Es decir, la altura del agua en un punto dado tiene tres contribuciones diferentes, cada una de ellas da lugar a fenómenos de marea diferentes:

- El primer término no depende del horario en el lugar del astro en cuestión (Luna o Sol), de modo que la marea que genera no depende de la hora del día. Este término contiene una dependencia temporal lenta debida a la variación de la declinación con el tiempo: si el astro se trata de la Luna, que da una vuelta en torno a la Tierra en unos 28 días, da lugar una marea con periodo aproximado de 14 días (el tiempo que tarda la Luna en dar media vuelta a la esfera celeste) llamada *marea lunar quincenal*. Si el astro es el Sol tendremos una marea de periodo semianual, dando lugar a la *marea solar semianual*. En ambos casos se trata de mareas conocidas como *mareas de periodo largo*. Este término depende también de la latitud del punto de observación. Su efecto se anula para latitudes $l = \pm 35^\circ 16'$ y es máximo en los polos. De hecho, existen observaciones detalladas que muestran la existencia de marea lunar quincenal en el mar de Barents¹⁰.
- El segundo término depende de manera armónica del horario en el lugar del astro generador de la marea. Tiene por tanto un periodo igual al tiempo necesario para que h_l varíe 360° , es decir, un día lunar o solar según que el astro generador de la marea sea la Luna o el Sol, respectivamente. Así que este término da lugar a las *mareas diurnas*. La amplitud de esta marea se anula en el ecuador y en los polos y es máxima en latitudes $l = \pm 45^\circ$. En un punto dado de latitud l la amplitud varía lentamente con el tiempo debido a la variación de la declinación del astro y varía de signo cuando el astro cruza el ecuador celeste cambiando el signo de su declinación.
- El tercer término tiene un periodo determinado por el tiempo en que $2h_l$ varía 360° , es decir medio día lunar o solar. Por esta razón da lugar a *mareas semidiurnas*. La amplitud de esta marea se anula en los polos y es máxima en el ecuador. En un punto dado la amplitud varía con el tiempo a medida que varía la declinación y es máxima cuando el astro se encuentra en el ecuador celeste.

La teoría estática que acabamos de analizar trata la superficie del océano como si fuese un elipsoide cuyo eje mayor se encuentra a lo largo de la línea que une el centro de la Tierra y la Luna (el Sol), como si la superficie del agua se encontrase permanentemente en equilibrio bajo la acción de la atracción gravitatoria de la Tierra y la fuerza de marea. De esta manera, en esta teoría los instantes de la pleamar en un lugar dado coinciden con el paso de la Luna (el Sol) por el meridiano (superior e inferior) de ese lugar, es decir, cuando el horario en el lugar del astro es 0° ó 180° , como es claro de la ecuación (3.20). Sin embargo, las observaciones no concuerdan en absoluto con esta

¹⁰Lunar monthly and fortnightly tides in the Russian Arctic seas, G. I. Voinoi, *Oceanology*, Volumen 47, Número 5, octubre de 2007, páginas 626-635.

predicción sino, más bien, con todo lo contrario: los momentos de la bajamar coinciden aproximadamente con el paso de la Luna por el meridiano superior e inferior del lugar. Claramente, la teoría estática no es suficiente. Una teoría completa del fenómeno de las mareas ha de tener en cuenta la respuesta *dinámica* del océano a las fuerzas de marea dependientes del tiempo. La *teoría dinámica de las mareas* (sugerida en principio por Laplace y desarrollada por Airy) trata las mareas como un movimiento forzado en estado estacionario (bajo la acción de fuerzas de marea que varían con el tiempo) de un sistema dinámico (el océano). Esta teoría está completamente fuera de los objetivos de estas notas.

Como hemos podido observar, la teoría estática, basada en un hipotético océano que cubre completamente el planeta con profundidad media constante, es capaz de explicar muchas de las propiedades que se observan en la realidad como la existencia de mareas diurnas, semidiurnas y mixtas (cuando ambos términos, el segundo y el tercero, son importantes). Sin embargo, las mareas reales presentan muchos efectos que el modelo simplificado que hemos discutido no puede tener en cuenta. El resultado es que el fenómeno de las mareas es un problema muy complicado, en gran parte debido al hecho de que la Tierra no está enteramente cubierta por agua, como supone el modelo simplificado, sino que incluye continentes. La forma de la costa y la profundidad variable del agua juegan un papel fundamental en el fenómeno de las mareas. Por ejemplo, si una bahía poco profunda se encuentra conectada con el mar por una amplia abertura, entonces durante la subida de la marea entra una gran cantidad de agua dando lugar a amplitudes de marea mucho mayores de lo que esperaríamos de nuestro modelo simplificado. Por el contrario, un mar cerrado conectado con el océano a través de una abertura estrecha, como el caso del Mediterráneo, sufrirá mareas de muy pequeña amplitud pues sólo una pequeña cantidad de agua puede entrar o salir durante los movimientos de subida y bajada del nivel del océano.

Por todas estas razones, la predicción puramente teórica de las horas y alturas del agua en un lugar determinado es prácticamente imposible. Sin embargo, como hemos visto en el capítulo anterior, para un punto dado de la costa la marea puede predecirse con precisión basándonos en el análisis de los datos de la marea en ese punto observados durante un largo periodo de tiempo. El éxito de este análisis se debe a que cualquier variación de la marea con el tiempo es el resultado de la superposición de variaciones asociadas con periodicidades en el movimiento de la Luna y el Sol con respecto a la Tierra. Los periodos implicados son los mismos en cualquier punto de la Tierra, pero las amplitudes y fases de cada una de esas variaciones dependen fuertemente de la situación del punto concreto de interés. La observación de la marea durante un periodo suficientemente largo permite determinar qué contribuciones son las importantes en ese punto concreto y, por tanto, permiten predecir posteriormente las horas y alturas de la marea en ese punto.

3.7. Consecuencias astronómicas de las mareas

Como acabamos de estudiar en la sección anterior, en el modelo simplificado consistente en un planeta cubierto por una capa uniforme de agua, la superficie del océano sería un esferoide con su eje mayor apuntando en la dirección de la Luna (el Sol). Pero a medida que la Tierra con su océano rota bajo este esferoide los continentes colisionan con los abultamientos generados por la Luna (el Sol)¹¹. Desde el punto de vista de un

¹¹Obsérvese que el agua rota junto con la Tierra. Es tan solo la *forma* de la superficie de agua la que permanece alineada con la Luna (el Sol).

sistema de referencia geocéntrico que rota con la Tierra, los abultamientos de marea aparecen como una onda que circula alrededor del planeta colisionando con los continentes. Estas colisiones inelásticas entre los abultamientos de marea y los continentes causan una gradual reducción de la velocidad angular de rotación de la Tierra¹² y, como consecuencia, los días se van alargando progresivamente, aproximadamente 1,4 milisegundos por siglo. Este puede parecer un efecto muy pequeño, pero no lo es tanto pues es acumulativo. Por ejemplo, en los últimos 1500 años la diferencia de tiempo *acumulado* es de unas 2 horas¹³. Así que en los últimos 1500 años la Tierra ha rotado en realidad unos 30° más de lo que hubiese rotado si lo hubiese hecho a la velocidad angular actual. Hay una maravillosa confirmación histórica de que, en efecto, esto es lo que ha sucedido: el 14 de enero del año 484 DC hubo un eclipse de Sol que, de haber rotado la Tierra como lo hace ahora, debería haber sido observado desde el sur de España. Sin embargo, las anotaciones históricas indican que se observó desde Grecia, unos 30° más al este que Andalucía.

En realidad ni la tierra ni el agua son perfectamente elásticas. La respuesta del océano (y de la tierra, que también sufre deformación) a la fuerza de marea no es inmediata. El resultado es que los abultamientos de marea no están exactamente alineados con la Luna (el Sol), es decir, el semieje mayor del esferoide no está exactamente en la dirección Tierra-Luna sino que el esferoide es ligeramente *arrastrado* por la rotación de la Tierra, como se muestra en la figura 3.13. Debido a ello, la marea alta en un punto dado aparece después del paso de la Luna por el meridiano de ese punto.

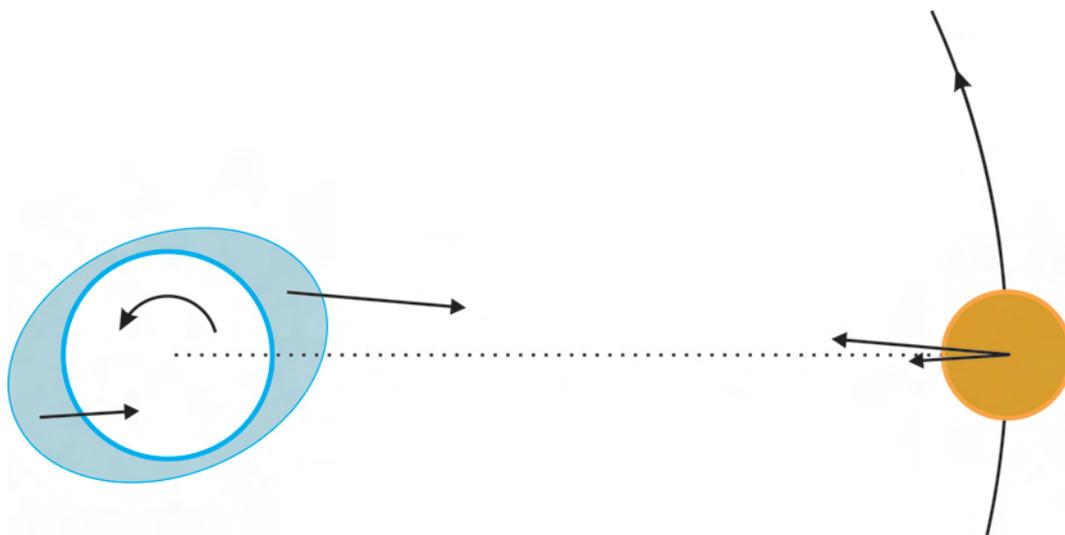


Figura 3.13: La rotación de la Tierra arrastra el esferoide de agua que deja de estar alineado a lo largo de la línea Tierra-Luna (Sol). Las atracciones gravitatorias mutuas entre la Luna (Sol) y los abultamientos de marea dan lugar a efectos que se discuten en el texto.

La consecuencia de la falta de alineamiento del esferoide de agua con el eje Tierra-Luna es la descompensación de las fuerzas de atracción gravitatoria mutua entre los

¹²Téngase en cuenta que una onda transporta tanto energía como cantidad de movimiento en la dirección de su propagación.

¹³1500 años son 15 siglos, del orden de 550 000 días. Después de esos 15 siglos el último día es $0,0014 \times 15 = 0,021$ segundos más largo que el primer día de esos 1500 años. Luego en promedio *cada uno* de estos 550 000 días ha sido $0,021/2 = 0,011$ segundos más largo que el primer día. El tiempo total acumulado en los 15 siglos ha sido entonces $550\,000 \times 0,011 = 6\,050$ segundos.

abultamientos de marea en la Tierra y la Luna. En la Tierra se genera un par neto que frena su rotación dando lugar al alargamiento de los días comentado más arriba. En la Luna se genera una fuerza neta en la dirección de su trayectoria alrededor de la Tierra. El resultado es que la Luna gana velocidad de traslación alrededor de la Tierra y, como consecuencia, se mueve hacia una órbita más alejada de nosotros, haciéndolo a un ritmo de unos 4 centímetros por año¹⁴. Al aumentar el radio de su órbita, su periodo de revolución también ha de aumentar pues, de acuerdo con la tercera ley de Kepler, el cuadrado del periodo dividido por el cubo del radio de la órbita es una constante. Sin embargo, el periodo orbital de la Luna aumenta más despacio que lo hace la duración del día terrestre de modo que, pasado suficiente tiempo, ambos periodos se igualarán. La Tierra quedará así ligada a la Luna, mostrando siempre la misma cara a un hipotético selenita. Entonces el día terrestre y el mes lunar tendrán la misma duración (unos 50 días actuales). Obsérvese que ya en la actualidad la Luna nos muestra siempre la misma cara, resultado de la misma acción que acabamos de describir: las mareas generadas por la Tierra sobre la Luna causaron, con el paso del tiempo, la reducción de la velocidad de rotación de la Luna hasta llegar a su situación actual de acoplamiento debido a las mareas, con el mismo periodo de rotación que de traslación alrededor de la Tierra.

3.7.1. Escalas de tiempo y segundos intercalares

El segundo se definió inicialmente como una fracción del tiempo que tarda la Tierra en dar una vuelta sobre si misma. Pero, como acabamos de explicar en la sección anterior, la velocidad de rotación de la Tierra disminuye progresivamente debido, entre otras cosas, a las mareas, haciendo que el día sea cada vez más largo. Esto significa que el segundo definido en términos de la rotación de la Tierra no sea un buen patrón (una buena unidad) para la medida del tiempo, pues así definida se trata de una unidad de medida que no es constante. Es como si pretendemos medir longitudes con una regla que continuamente se está alargando. En esta sección discutiremos las implicaciones de esta cuestión y la solución que se ha encontrado para este problema.

Para medir el paso del tiempo se necesitan dos cosas: i) un *reloj*, o sea un fenómeno repetitivo cuyo movimiento o cambio se puede observar y que sigue una ley bien definida (por ejemplo, un péndulo que tarda siempre exactamente el mismo tiempo en hacer una oscilación) y ii) una referencia para poner en hora el reloj, es decir, para establecer su *estado absoluto*. En realidad ambas cosas son las que conjuntamente forman lo que llamamos un reloj. Desde la antigüedad se utilizó el movimiento repetitivo de los astros en el cielo como reloj: la salida y puesta del Sol y de las estrellas determinan el día, la repetición de las fases de la Luna el mes y la altura máxima del Sol sobre el horizonte y las estrellas visibles durante la noche determinan las diferentes estaciones cuya repetición es la medida del año. Entre los primeros instrumentos utilizados para medir el tiempo se encuentran los relojes de sol. Los egipcios dividían el día y la noche en doce horas cada uno. Por tanto, las horas egipcias variaban en duración con las estaciones. Los astrónomos griegos ya utilizaban días de 24 horas iguales, pero no fue hasta el siglo XIV cuando se implantó el uso por el público en general de horas de igual

¹⁴Esto es muy fácil de entender recurriendo de nuevo al lanzamiento horizontal de una piedra desde lo alto de un acantilado. Si lanzamos la piedra con una velocidad inicial ligeramente superior a la necesaria para que quede en órbita circular lo que ocurrirá es que la piedra describirá una órbita elíptica, ganando altura inicialmente. En el caso que nos ocupa la pequeña componente tangencial a lo largo de la órbita de la Luna debida a la atracción descompensada que sobre ella ejercen los dos abultamientos de marea de la Tierra se encarga de *relanzar* continuamente la Luna hacia una órbita más alta dando como resultado su alejamiento de nosotros a lo largo de una órbita espiral.

duración, independientes de la estación del año, gracias a la invención de los relojes mecánicos que, además de piezas maestras de la ingeniería, supusieron de esta manera un cambio radical en la concepción del tiempo por parte del público. Los relojes de péndulo fueron el método estándar de medir el tiempo hasta la introducción de la electrónica moderna y, con ella, los relojes de cristal de cuarzo que fueron inventados en los años 20 y 30 del siglo XX. La siguiente generación de relojes fueron los relojes atómicos, el primero de los cuales fue construido en 1948 por Harold Lyons en el National Bureau of Standards (hoy National Institute of Standards and Technology) de Estados Unidos y los primeros relojes atómicos comerciales aparecieron en 1956. La popularización de los relojes atómicos entre los distintos laboratorios mundiales encargados de mantener la hora en sus países (en España el Real Observatorio e Instituto de la Armada en San Fernando, Cádiz) permitió el establecimiento de una escala de tiempo atómico que ha sido mantenida ininterrumpidamente desde 1955.

Tres han sido los métodos de medida del tiempo utilizados comúnmente en astronomía, física e ingeniería, métodos que han ido evolucionando a medida que el perfeccionamiento de los relojes ha permitido mejorar en la precisión de la medida del tiempo. El primer método es el Tiempo Universal (TU) que es la escala de tiempo basada en la rotación de la Tierra alrededor de su eje. El segundo método es el Tiempo de Efemérides (TE) que es una escala de tiempo basada en la traslación de la Tierra en su órbita alrededor del Sol. El tercer método es el Tiempo Atómico (TA) que es la escala de tiempo basada en relojes atómicos, basados a su vez en las propiedades cuánticas de los átomos. Cada una de estas escalas se ha ido refinando y modificando para usos particulares. Así la escala de tiempo universal que mide la rotación de la Tierra es UT1 que es el tiempo utilizado en navegación astronómica. Sin embargo, debido a la irregularidad en la rotación de la Tierra, UT1 no es una escala uniforme. Por su parte, el tiempo de efemérides es, por definición, una escala uniforme definida de modo que las Leyes de Newton reproduzcan las observaciones disponibles sobre el movimiento de la Tierra, la Luna y los planetas. Pero en su definición inicial no tuvo en cuenta la Relatividad General de Einstein de modo que la escala TE ha sido modificada posteriormente para dar lugar a varias escalas de tiempo consistentes con la teoría de la relatividad. Por su parte, la escala de Tiempo Atómico Internacional (TAI) es mantenida por el Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) con contribuciones de los diferentes organismos nacionales encargados de mantener la hora. Actualmente la base de la hora civil en el mundo es la escala UTC (Tiempo Universal Coordinado) que es la misma escala uniforme TAI pero mantenida siempre dentro de 0,9 segundos de diferencia con UT1 mediante la introducción o la eliminación ocasional de 1 segundo en UTC. Este segundo que se introduce o elimina en UTC se llama *segundo intercalar* (*leap second* en inglés) y la decisión de cuando ha de introducirse o eliminarse es responsabilidad del International Earth Rotation Service (IERS). Desde 1972, cuando se introdujo la escala UTC, hasta el 31 de diciembre de 2008 se han incorporado 24 segundos intercalares, todos positivos hasta el momento, el último de los cuales se introdujo al final del último minuto de 2008. Cuando se estableció la escala UTC en 1972 la diferencia entre el TAI y UT1 era aproximadamente 10 s, así que en la actualidad, a comienzos de 2009, $UTC = TAI + 34$.

Históricamente el segundo se definió como $1/86\,400$ días solares medios. Esta es la escala de tiempos conocida como UT1, escala de tiempo universal (o sea, tiempo civil en Greenwich) definida en base a la rotación de la Tierra alrededor de su eje. En 1956 el Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM), siguiendo el encargo de la Décima Conferencia de Pesas y Medidas de 1954, cambió la definición del segundo pasando a definirlo en términos del periodo de revolución de la Tierra alrededor del Sol en una

determinada época. La razón fue que por aquél entonces ya se había establecido que la rotación de la Tierra no era suficientemente uniforme como patrón para la medida del tiempo. El Comité utilizó para realizar esta redefinición del segundo los estudios sobre el movimiento de la Tierra hechos por el astrónomo y matemático americano Simon Newcomb, publicados con el título *Tablas del movimiento de la Tierra sobre su eje y alrededor del Sol* como parte de un trabajo más amplio titulado *Tablas de los cuatro planetas interiores*, publicado en 1895. Este trabajo constituyó el volumen VI de una serie de publicaciones destinadas al cálculo de efemérides y del Almanaque Náutico en Estados Unidos. El trabajo de Newcomb contiene su desarrollo matemático de la posición de la Tierra en el Sistema Solar, desarrollo basado en la Mecánica Celeste clásica y en las observaciones y medidas astronómicas acumuladas durante siglos. Contienen, además, tabuladas las posiciones del Sol en cualquier instante del año. Las Tablas de Newcomb fueron la base de prácticamente todas las efemérides del Sol que se publicaron entre 1900 y 1983, incluyendo los Almanques Náuticos publicados cada año por las oficinas responsable de ello en cada país. Actualmente las Tablas de Newcomb han sido sustituidas por las efemérides obtenidas mediante integración numérica de las ecuaciones de movimiento por el Jet Propulsion Laboratory. Estas nuevas efemérides son mucho más precisas ya que incluyen efectos como las correcciones relativistas, no tenidas en cuenta por Newcomb (la Teoría General de la Relatividad fue publicada por Einstein en 1915), y, además, están basadas en observaciones astronómicas modernas mucho más precisas que las disponibles en tiempos de Newcomb. Aun así, el trabajo de este astrónomo y matemático es impactante, especialmente cuando tenemos en cuenta la época en que fue realizado, más de medio siglo antes de la aparición de los primeros ordenadores, y el hecho de que a día de hoy sus efemérides del Sol tienen errores de tan sólo unos pocos segundos de arco.

Así, el CIPM introdujo en 1956 el *tiempo de efemérides* (TE) definiendo para ello el *segundo de efemérides* como la fracción $1/31\,556\,925,9747$ del año trópico¹⁵ 1900 para los 0 días, 12 horas 0 segundos de enero de 1900 tiempo de efemérides. Más concretamente, la época de la escala de efemérides se definió con precisión en 1958 cuando la Asamblea General de la Unión Astronómica Internacional decidió que el TE se contaría desde el instante, próximo al principio del año 1900, en que la longitud del Sol era $279^\circ 41' 48,04''$, instante al que se le asignó el tiempo de efemérides 0 días, 12 horas 0 segundos de enero de 1900. Posteriormente, esta definición fue ratificada en 1960, en la 11 Conferencia General de Pesas y Medidas que abandonó la definición del segundo en base a una fracción del día solar medio en favor del segundo de efemérides, es decir, TE pasó a ser la variable independiente de las efemérides astronómicas en detrimento de UT1 que se había utilizado hasta entonces. Obsérvese que se introdujo la definición del TE en base a la época 1900. Esto no se hizo así porque en esa época el día durase 86 400 segundos solares medios, sino porque en esa época el año trópico duraba $31\,556\,925,9747$ segundos de TE. El tiempo de efemérides se definió de modo que las posiciones observadas de los astros estuviesen de acuerdo con las predicciones de las ecuaciones de movimiento de esos cuerpos (las Leyes de Newton). De hecho, esta

¹⁵El *año trópico* es el tiempo transcurrido entre dos pasos consecutivos del Sol por el equinoccio vernal. En terminología astronómica, el año trópico es el tiempo necesario para que la longitud eclíptica del Sol aumente 360° . Su duración es de 365,24220 días solares medios. El año sidéreo es el tiempo que transcurre entre dos pasos consecutivos de la Tierra por un punto fijo de su órbita tomando como referencia las estrellas lejanas. Su duración es 366,256436918716 días sidéreos, que equivalen a 365,256363 días solares medios. Ambos años no son iguales pues, debido al movimiento de precesión, el punto vernal no es un punto fijo de la esfera celeste. Por el contrario, el punto vernal se desplaza hacia el W a lo largo de la eclíptica haciendo que el Sol se encuentre con él antes de haber completado una vuelta respecto a las estrellas lejanas.

coincidencia puede considerarse como la definición del TE.

Tras la invención de los primeros relojes atómicos siguieron estudios que permitieron encontrar la relación entre el segundo de TE y la frecuencia de la radiación del átomo de cesio utilizada como patrón por los relojes atómicos. Como resultado, la décimo tercera Conferencia General de Pesas y Medidas, celebrada en 1967 definió el segundo de tiempo atómico en el sistema internacional de unidades como la duración de 9 192 631 770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133. El segundo así definido es equivalente al segundo de TE.

Como parte de su misión el IERS monitoriza continuamente la rotación de la Tierra, determinando así la escala de tiempo UT1, escala de tiempo no uniforme basada en la rotación de la Tierra. La desaceleración de la rotación de la Tierra, en gran medida debida a las mareas, hace que UT1 se atrase continuamente con respecto al tiempo atómico. Estudios modernos indican que el día solar medio tuvo exactamente 86 400 segundos atómicos aproximadamente en 1 820. Antes el día solar medio era más corto y después de esa fecha ha sido más largo. Desde esa fecha hasta finales de 2008 han transcurrido 1,88 siglos lo que significa que actualmente el día solar medio dura aproximadamente 86 400,002 segundos atómicos en lugar de exactamente 86 400. Durante un año la diferencia acumulada es de poco menos de 1 segundo de tiempo atómico. Ese es el segundo que es compensado con la inserción de un segundo intercalar en la escala UTC. Hay quien piensa, erróneamente, que la necesidad de insertar un segundo intercalar cada pocos años indica que la desaceleración de la rotación de la Tierra debe ser tal que nuestro planeta debería dejar de rotar en unos pocos milenios. El error estriba en confundir el segundo intercalar con el ritmo al que la Tierra está enlenteciendo su rotación cuando esto no es así. El segundo intercalar es la *diferencia acumulada* entre las dos escalas de tiempo UT1 y UTC. Obsérvese, además, que los aproximadamente 0,002 segundos de diferencia entre la duración actual del día y 86 400 segundos es el resultado acumulado en los casi dos siglos (1,88 más concretamente) transcurridos desde que el día tenía una duración de 86 400 segundos, no es el resultado de lo acumulado en el último año. Para terminar de aclarar este punto, imaginemos una persona que tiene un reloj que atrasa 2 segundos por día. Si es puesto en hora exactamente ahora, mañana a esta misma hora habrá atrasado dos segundos. Al cabo de un mes el reloj estará atrasado 1 minuto (2 segundos diarios por 30 días). Entonces esta persona puede pensar que es conveniente poner el reloj en hora añadiéndole un minuto a su reloj de modo que vuelva a indicar la hora correcta. Este es el mismo caso que ocurre con la Tierra, con la única salvedad de que en este caso es el reloj exacto el que modificamos en lugar de poner en hora el reloj que atrasa. La razón, obviamente, es que podemos modificar a nuestro antojo un reloj atómico pero no podemos alterar la velocidad de rotación de la Tierra para que se ajuste a los exactos relojes atómicos. Actualmente la Tierra atrasa aproximadamente 2 milisegundos por día. Pasados 500 días la diferencia entre el tiempo definido por la rotación de la Tierra y el tiempo atómico será 1 segundo. En lugar de permitir que esto suceda lo que hacemos es introducir un segundo intercalar en UTC de modo que ambas escalas de tiempo vuelvan a coincidir.